

מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(1)	(2)	(2)	(4)	(3)	(4)	(2)	(1)	(2)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(2)	(2)	(1)	(4)	(1)	(1)	(2)	(3)	(1)	(1)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-8)

שאלה 1 - גיאומטריה - זוויות

השאלה: בסרטוט שלפניכם שתי קרניים היוצאות מנקודה אחת.

$$\beta = 5\alpha$$

$$\alpha = ?$$

פיתרון:



נקודת המפתח:

שתי קרניים היוצאות מאותה נקודה יוצרות סביבן זווית שלמה, ולכן סכום הזוויות α ו- β הוא 360° .

כותבים משוואה:

$$\alpha + \beta = 360^\circ$$

$$\text{מציבים } \beta = 5\alpha$$

$$\alpha + 5\alpha = 360^\circ$$

$$6\alpha = 360^\circ$$

$$\alpha = 60^\circ$$

תשובה (1).



שאלה 2 - בעיות - בעיית ספרות

השאלה: מהו ההפרש בין המספר הדו-ספרתי הגדול ביותר שספרת העשרות שלו גדולה פי 2 מספרת האחדות שלו, לבין המספר הדו-ספרתי הקטן ביותר המקיים תנאי זה?

פיתרון:

נקודת המפתח:

מחפשים מספר דו-ספרתי שבו ספרת העשרות שווה לפעמיים ספרת האחדות. עוברים על ערכי ספרת האחדות ובודקים מתי ספרת העשרות נשארת ספרה חוקית (בין 1 ל-9).

המספר הגדול ביותר:

ככל שספרת האחדות גדולה יותר, כך המספר גדול יותר. אם האחדות 5 העשרות צריכות להיות 10 — לא ספרה חוקית. לכן האחדות הגדולות ביותר האפשריות הן 4, והעשרות $2 \cdot 4 = 8$:
המספר הגדול ביותר: 84.

המספר הקטן ביותר:

ככל שספרת האחדות קטנה יותר, כך המספר קטן יותר. האחדות 0 ייתנו עשרות 0 — לא מספר דו-ספרתי. לכן האחדות הקטנות ביותר האפשריות הן 1, והעשרות $2 \cdot 1 = 2$:
המספר הקטן ביותר: 21.

מחשבים את ההפרש:

$$84 - 21 = 63$$

תשובה (2).

שאלה 3 - בעיות - בעיות תפוקה

השאלה: מוטי וסמדר קוטפים אשכוליות בפרדס. מוטי קוטף בקצב של 3 אשכוליות ב-10 דקות. סמדר קוטפת בקצב של 5 אשכוליות ב-15 דקות. כמה אשכוליות הם קוטפים יחד בשעתיים?

פיתרון:

נקודת המפתח:

שעתיים הן 120 דקות. מחשבים בנפרד כמה קוטף כל אחד ב-120 דקות, ומחברים.

כמה קוטף מוטי:

מוטי קוטף 3 אשכוליות בכל 10 דקות. ב-120 דקות יש $120 : 10 = 12$ מקטעים:
 $3 \cdot 12 = 36$ אשכוליות

כמה קוטפת סמדר:

סמדר קוטפת 5 אשכוליות בכל 15 דקות. ב-120 דקות יש $120 : 15 = 8$ מקטעים:
 $5 \cdot 8 = 40$ אשכוליות

סך הכול יחד:

$$36 + 40 = 76$$

תשובה (2).

שאלה 4 - אלגברה - מערכת משוואות
השאלה:

נתון:

$$x + 2y = 5$$

$$2x + y = 13$$

$$x + y = ?$$

פיתרון:
נקודת המפתח:

לא חייבים למצוא את x ואת y בנפרד. חיבור שתי המשוואות נותן ישירות ביטוי עבור $x + y$.

מחברים את שתי המשוואות:

$$(x + 2y) + (2x + y) = 5 + 13$$

$$3x + 3y = 18$$

מחלקים את $x + y$:

מחלקים ב-3:

$$x + y = 6$$

תשובה (4).
שאלה 5 - בעיות - צירופים
השאלה: טל לובשת בכל אחד מ-7 ימי השבוע צירוף אחר של סוודר עם צעיף. לטל יש שלושה סוודרים שונים. כמה צעיפים יש לטל לכל הפחות?

פיתרון:
נקודת המפתח:

מספר הצירופים האפשריים של סוודר עם צעיף הוא מכפלת מספר הסוודרים במספר הצעיפים. כדי שיהיה צירוף שונה לכל אחד מ-7 הימים, צריך 7 צירופים לפחות.

כותבים אי-שוויון:

אם מספר הצעיפים הוא c , מספר הצירופים הוא $3c$, ונדרש:

$$3c \geq 7$$

$$c \geq 2\frac{1}{3}$$

בוחרים מספר שלם:

מספר הצעיפים הוא מספר שלם, והקטן ביותר המקיים $c \geq 2\frac{1}{3}$ הוא 3. בדיקה: 2 צעיפים נותנים $3 \cdot 2 = 6$ צירופים בלבד (פחות מ-7), ואילו 3 צעיפים נותנים $3 \cdot 3 = 9$ צירופים (מספיק).

תשובה (3).

שאלה 6 - גיאומטריה - שטחים

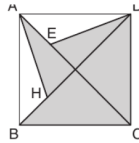
השאלה: בסרטוט שלפניכם $ABCD$ הוא ריבוע.

נתון: $AC = 20$ ס"מ

$AE = BH = 5$ ס"מ

מה גודל השטח הכהה (בסמ"ר)?

פיתרון:



נקודת המפתח:

AC' הוא אלכסון הריבוע, ולכן שטח הריבוע הוא $\frac{AC^2}{2}$. השטח הכהה הוא הריבוע פחות שני המשולשים הלבנים AED ו- ABH .

שטח הריבוע:

$$\text{שטח } ABCD = \frac{AC^2}{2} = \frac{20^2}{2} = 200 \text{ סמ"ר}$$

המשולש הלבן AED :

E על האלכסון AC , והמשולש ACD הוא חצי מהריבוע (100 סמ"ר). המשולשים AED ו- ACD חולקים את הקודקוד D , ובסיסיהם AE ו- AC על אותו ישר:

$$\text{שטח } AED = \frac{AE}{AC} \cdot 100 = \frac{5}{20} \cdot 100 = 25$$

המשולש הלבן ABH :

באותו אופן, H על האלכסון BD , והמשולש ABD הוא חצי מהריבוע (100 סמ"ר):

$$\text{שטח } ABH = \frac{BH}{BD} \cdot 100 = \frac{5}{20} \cdot 100 = 25$$

השטח הכהה:

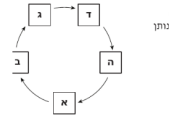
$$200 - 25 - 25 = 150 \text{ סמ"ר}$$

תשובה (4).

שאלה 7 - בעיות - מחזוריות

השאלה: חמישה שחקני קלפים יושבים במעגל (ראו סרטוט). שחקן א מחלק ביניהם חפיסת קלפים בת 104 קלפים באופן שלהלן: את זוג הקלפים הראשון הוא נותן לעצמו, את זוג הקלפים הבא לשחקן ב, וכך ממשיך עם כיוון השעון. מי יקבל את זוג הקלפים האחרון?

פיתרון:



נקודת המפתח:

הקלפים מחולקים בזוגות, ולכן מספר החלוקות הוא $52 = 104 : 2$. סדר החלוקה חוזר על עצמו במחזור של 5 שחקנים: א, ב, ג, ד, ה.

מוציאים את מקום החלוקה ה-52:

בכל מחזור 5 חלוקות. $52 = 5 \cdot 10 + 2$, כלומר אחרי 10 מחזורים שלמים (50 חלוקות) חוזרים להתחלה, ונשארות עוד 2 חלוקות: חלוקה 51 $\rightarrow$ א, חלוקה 52 $\rightarrow$ ב.

מסקנה:

זוג הקלפים ה-52 (האחרון) מגיע לשחקן ב.

תשובה (2).

שאלה 8 - אלגברה - אי-שוויון וערך מוחלט

השאלה:

נתון:

$$x \cdot y < |x \cdot y| < y$$

לפי נתון זה, איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

פיתרון:

נקודת המפתח:

מנתחים כל אי-שוויון בנפרד. ערך מוחלט תמיד אי-שלילי, ומספר הקטן מהערך המוחלט של עצמו הוא בהכרח שלילי.

סימן של y:

מתוך $x \cdot y < |x \cdot y|$ ומאחר ש- $|x \cdot y| \geq 0$, נובע $y > 0$.

סימן של x:

מתוך $|x \cdot y| < y$ ו- $y > 0$ נובע ש- $x \cdot y < y$ (רק מספר שלילי קטן מהערך המוחלט שלו). מאחר ש- $y > 0$, בהכרח $x < 0$.

תחום של x:

מ- $|x \cdot y| < y$ ומאחר ש- $y > 0$:

$$|x| \cdot y < y \Rightarrow |x| < 1$$

יחד עם $x < 0$ מתקבל $-1 < x < 0$.

תשובה (1).

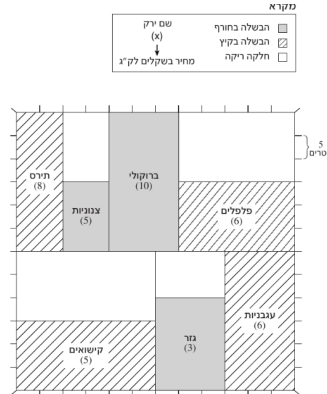


הסקה מתרשים (שאלות 9-12)

שאלה 9 - הסקה מתרשים

השאלה: החקלאי רוצה לגדל תפוחי אדמה בחלקה ריקה ששטחה מעל 200 מ"ר. לחלקת תפוחי האדמה לא יכול להיות קטע גבול משותף עם חלקת -

פיתרון:



נקודת המפתח:

כל משבצת בסרטוט היא $5 \times 5 = 25$ מ"ר. תחילה מאתרים את החלקות הריקות ששטחן מעל 200 מ"ר, ואז בודקים עם אילו חלקות הן גובלות.

החלקות הריקות שמעל 200 מ"ר:

יש שתי חלקות ריקות גדולות: הריקה בפנינה הימנית-העליונה (375 מ"ר) והריקה בצד השמאלי-התחתון (450 מ"ר). רק באחת מהן ניתן לגדל את תפוחי האדמה.

בודקים שכנות:

הריקה הימנית-עליונה גובלת בברוקולי ובפלפל. הריקה השמאלית-תחתונה גובלת בתירס, בצנוניות, בברוקולי, בקישואים ובגזר.

מסקנה:

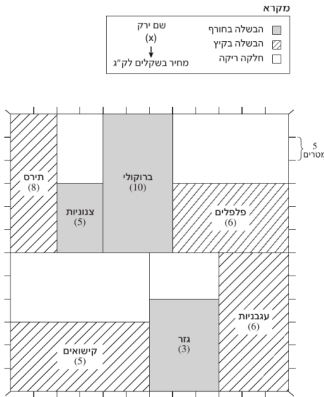
החלקה היחידה מבין התשובות שאינה גובלת באף אחת משתי החלקות הריקות היא חלקת העגבניות (בפנינה הימנית-התחתונה).

תשובה (2).

שאלה 10 - הסקה מתרשים

השאלה: בכל יום דרושה לעגבניות השקיה בכמות כפולה ליחידת שטח בהשוואה לתירס. פי כמה גדולה כמות המים הדרושה בכל יום להשקיית חלקת העגבניות מזו הדרושה להשקיית חלקת התירס?

פיתרון:



נקודת המפתח:

כמות המים לחלקה = (שטח החלקה) × (כמות המים ליחידת שטח). היחס בין הכמויות הוא מכפלת יחס השטחים ביחס הכמויות ליחידת שטח.

מחשבים שטחים (כל משבצת 25 מ"ר):

עגבניות: $15 \times 30 = 450$ מ"ר
תירס: $10 \times 30 = 300$ מ"ר

מחשבים את היחס:

העגבניות דורשות פי 2 מים ליחידת שטח לעומת התירס, ולכן:

$$2 \cdot \frac{450}{300} = 2 \cdot 1.5 = 3 = \frac{\text{כמות המים לעגבניות}}{\text{כמות המים לתירס}}$$

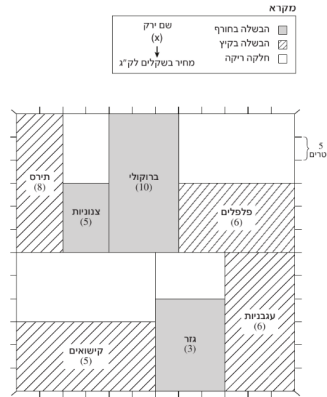
תשובה (3).



שאלה 11 - הסקה מתרשים

השאלה: חלקה נחשבת "יוקרתית" יותר ככל שהיחס $\frac{\text{מחיר לק"ג (בשקלים)}}{\text{שטח החלקה (במ"ר)}}$ גבוה יותר. איזו מהחלקות הבאות היא היוקרתית ביותר?

פיתרון:



נקודת המפתח:

כותבים לכל חלקה את היחס מחיר-לק"ג חלקי השטח כשבר, ומשווים בין השברים — בלי לחשב ערכים עשרוניים. המחיר לק"ג רשום בסוגריים ליד שם הירק.

דרך א' — צמצום השברים:

$$\begin{aligned} \text{גור: } \frac{3}{300} &= \frac{1}{100} \\ \text{צנוניות: } \frac{5}{150} &= \frac{1}{30} \\ \text{קישואים: } \frac{5}{450} &= \frac{1}{90} \\ \text{חורף: } \frac{8}{300} &= \frac{2}{75} = \frac{1}{37.5} \end{aligned}$$

כאשר המונה של כל השברים הוא 1, השבר הגדול ביותר הוא זה שהמכנה שלו הוא הקטן ביותר. המכנה הקטן ביותר הוא 30, ולכן היחס הגבוה ביותר הוא של הצנוניות.

דרך ב' — השוואה בין זוגות:

משווים תחילה בתוך שני זוגות שקל להשוות ביניהם. גור וחורף — מכנים שווים, ולכן גדול יותר השבר שהמונה שלו גדול יותר:

$$\frac{8}{300} > \frac{3}{300}$$

מכאן שהחורף "מנצח" את הגור. צנוניות וקישואים — מונים שווים, ולכן גדול יותר השבר שהמכנה שלו קטן יותר:

$$\frac{5}{150} > \frac{5}{450}$$

מכאן שהצנוניות "מנצחות" את הקישואים. נותר להשוות בין שתי התשובות שנותרו — מרחיבים את שבר הצנוניות למכנה משותף:

$$\frac{5}{150} = \frac{10}{300} > \frac{8}{300}$$

ולכן הצנוניות "מנצחות" גם את החורף.

מסקנה:

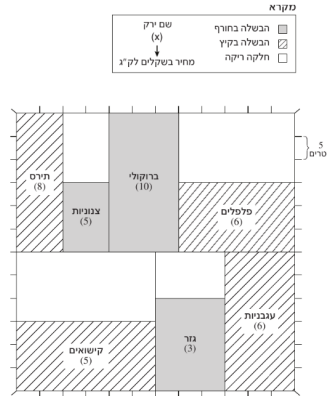
בשתי הדרכים מתקבל שהיחס הגבוה ביותר הוא של חלקת הצנוניות.

תשובה (2).

שאלה 12 - הסקה מתרשים

השאלה: החקלאי כיסה ביריעת פלסטיק את השטח המרבי האפשרי בחלקות הירקות שמבשילים בחורף. ממדי היריעה הם 40 מטרים $\times$ 30 מטרים. מהו השטח בחלקות הירקות שמבשילים בחורף (במ"ר) שאינו מכוסה ביריעה?

פיתרון:



נקודת המפתח:

חלקות ההבשלה בחורף הן החלקות האפורות: ברוקולי, צנוניות וגזר. מחשבים את שטחן הכולל, מוצאים כמה מהן ניתן לכסות ביריעה, וההפרש הוא התשובה.

שטח כל החלקות שמבשילות בחורף:

$$\text{ברוקולי } 450 + \text{צנוניות } 150 + \text{גזר } 300 = 900 \text{ מ"ר}$$

כמה ניתן לכסות ביריעה 40×30 :

חלקות הברוקולי והצנוניות צמודות, והמלבן החוסם אותן יחד הוא 25×30 מטרים — נכנס בתוך יריעה 40×30 . לכן ניתן לכסות את שתיהן במלואן: $450 + 150 = 600$ מ"ר. את הגזר אי אפשר לכסות בנוסף, כי הוא רחוק מדי (היה נדרש אורך של 60 מטרים, גדול מ-40).

השטח שאינו מכוסה:

$$900 - 600 = 300 \text{ מ"ר}$$

תשובה (2).

שאלות ובעיות (שאלות 13-20)

שאלה 13 - אלגברה - כפל מקוצר

השאלה:

$$(a \neq 0)$$

$$a \cdot \left(\frac{a}{4} + b + \frac{b^2}{a} \right) = ?$$

פיתרון:

נקודת המפתח:

$$(m+n)^2 = m^2 + 2mn + n^2 \text{ מקוצר של כפל מקוצר}$$

פותרים סוגריים:

$$a \cdot \frac{a}{4} + a \cdot b + a \cdot \frac{b^2}{a} = \frac{a^2}{4} + ab + b^2$$

מזהים כפל מקוצר:

$$\frac{a^2}{4} + ab + b^2 = \left(\frac{a}{2} \right)^2 + 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot b + b^2 = \left(\frac{a}{2} + b \right)^2$$

תשובה (1).

שאלה 14 - בעיות - ממוצע

השאלה:

נתון:

$$a < -10$$

$$b < 10$$

$$c > 10$$

x הוא הממוצע של a, b ו- c .

מה הטווח המדויק של x ?

פיתרון:

נקודת המפתח:

ל- a אין חסם תחתון (a יכול לקטון עד $-\infty$), ול- c אין חסם עליון (c יכול לגדול עד $+\infty$). לכן הממוצע אינו חסום מאף כיוון.

בוחנים ערכים קיצוניים:

$$x = \frac{a+b+c}{3}$$

אם נגדיל את c ללא גבול, x גדל ללא גבול. אם נקטין את a ללא גבול, x קטן ללא גבול.

מסקנה:

x יכול להיות כל מספר.

תשובה (4).



שאלה 15 - גיאומטריה - גיאומטריה אנליטית

השאלה: במערכת צירים נתון מעגל שמרכזו בנקודה O , ששיעוריה (O_x, O_y) . על היקף המעגל שתי נקודות, A ו- B , ששיעוריהן (A_x, A_y) ו- (B_x, B_y) בהתאמה.

נתון:

$$O_x = B_x$$

$$O_y = A_y$$

איזו מהטענות הבאות נכונה בנוגע לנקודות A , O ו- B ?

פיתרון:

נקודת המפתח:

שוויון בשיעור x פירושו קטע אנכי, ושוויון בשיעור y פירושו קטע אופקי. קטע אופקי וקטע אנכי מאונכים זה לזה.

קובעים את כיווני הקטעים:

מ- $O_y = A_y$ נובע ש- OA אופקי. מ- $O_x = B_x$ נובע ש- OB אנכי.

מסקנה:

$OA \perp OB$, ולכן הזווית בקודקוד O היא 90° , והמשולש OAB הוא ישר-זווית.

תשובה (1).

שאלה 16 - בעיות - אחוזים

השאלה: במהלך שבוע חלו במחיר של 1 ק"ג דובדבנים השינויים הבאים: ביום שני היה מחיר 1 ק"ג דובדבנים 75% ממחירו ביום ראשון. מיום שלישי ואילך עלה המחיר בכל יום ב-20% ביחס למחיר ביום הקודם. באיזה יום היה לראשונה מחיר 1 ק"ג דובדבנים גבוה ביותר מ-10% ממחירו ביום ראשון?

פיתרון:

נקודת המפתח:

מסמנים את מחיר יום ראשון כ-100% ועוקבים אחר המחיר יום אחר יום. ברגע שברור שהמחיר עבר את 110% — אין צורך בחישוב מדויק.

מחשבים את המחירים (ביחס ליום ראשון):

ראשון: 100%

$$\text{שני: } 100\% \cdot 0.75 = 75\%$$

$$\text{שלישי: } 75\% \cdot 1.2 = 90\%$$

$$\text{רביעי: } 90\% \cdot 1.2 = 108\%$$

יום חמישי — בלי חישוב מדויק:

ביום רביעי המחיר 108% — עדיין אינו גבוה ביותר מ-10% ממחיר יום ראשון. ביום חמישי המחיר עולה ב-20% נוספים. כדי לעבור את 110% חסרות רק 2 נקודות אחוז, ואילו עלייה של 20% מתוך 108% מוסיפה הרבה יותר מכך (יותר מ-20 נקודות אחוז). לכן ביום חמישי המחיר עובר בוודאות את 110%, בלי צורך לחשב את ערכו המדויק.

מסקנה:

היום הראשון שבו המחיר גבוה ביותר מ-10% ממחירו ביום ראשון הוא יום חמישי.

תשובה (1).

שאלה 17 - בעיות - הסתברות

השאלה: נתונה פירמידה משולשת שכל פאותיה הן משולשים שוו-צלעות. פאות הפירמידה ממוספרות במספרים שלמים עוקבים, מ-1 ואילך. מטילים את הפירמידה פעמיים. תוצאת ההטלה היא המספר המופיע על הפאה הצמודה לקרקע. ידוע כי סיכויי הפירמידה ליפול על כל אחת מהפאות שווים. מה ההסתברות שסכום שתי ההטלות יהיה 4?

פיתרון:
נקודת המפתח:

פירמידה משולשת שכל פאותיה משולשים שוו-צלעות היא בעלת 4 פאות, הממוספרות 1, 2, 3, 4. לכל הטלה 4 תוצאות שוות-סיכוי, ולשתי הטלות $4 \times 4 = 16$ תוצאות.

סופרים מקרים שסכומם 4:

(1, 3), (2, 2), (3, 1) — סך הכול 3 מקרים

מחשבים הסתברות:

$$\frac{3}{16}$$

תשובה (2).
שאלה 18 - בעיות - פירוק לגורמים

השאלה: אורכו ורוחבו של מלבן כלשהו הם מספרים שלמים בס"מ (האורך גדול מהרוחב). שטח המלבן 91 סמ"ר. ידוע כי רוחב המלבן גדול מ-1 ס"מ. מהו אורכו (בס"מ)?

פיתרון:
נקודת המפתח:

מפרקים את 91 למכפלת שני מספרים שלמים. הרוחב גדול מ-1, והאורך גדול מהרוחב.

מפרקים לגורמים:

$$91 = 1 \times 91 = 7 \times 13$$

בוחרים את הפירוק המתאים:

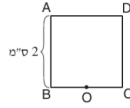
מאחר שהרוחב גדול מ-1, הפירוק 1×91 נפסל. משאר 7×13 , ולכן הרוחב 7 והאורך 13.

תשובה (3).

שאלה 19 - גיאומטריה - מעגל וריבוע

השאלה: בסרטוט שלפניכם $ABCD$ הוא ריבוע שאורך צלעו 2 ס"מ. הנקודה O היא אמצע הצלע BC . בוחרים נקודה על היקף הריבוע, ומסרטים מעגל שמרכזו O והנקודה הנבחרת נמצאת על היקפו. מה הרדיוס הגדול ביותר האפשרי של מעגל כזה (בס"מ)?

פיתרון:



נקודת המפתח:

הרדיוס הגדול ביותר מתקבל כאשר הנקודה הנבחרת על ההיקף היא הרחוקה ביותר מ- O . הנקודות הרחוקות ביותר מ- O (אמצע BC) הן שני הקודקודים A ו- D .

מחשבים את המרחק במשולש ישר-זווית:

O נמצא במרחק 1 ס"מ מ- B (חצי צלע), ו- A נמצא במרחק 2 ס"מ מ- B . במשולש ישר-זווית ABO :

$$OA = \sqrt{AB^2 + BO^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

תשובה (1).

שאלה 20 - אלגברה - פעולה מוגדרת

השאלה: הפעולה $\$(x)$ נקראת "כפולה" אם לכל x חיובי מתקיים $x = \$(\$(x))$. איזו מהפעולות הבאות היא "כפולה"?

פיתרון:

נקודת המפתח:

פעולה "כפולה" היא פעולה שהפעלתה פעמיים מחזירה את x המקורי. בודקים כל אפשרות על ידי הפעלה כפולה.

בודקים את $\$(x) = x^{-1}$:

$$\$(\$(x)) = (x^{-1})^{-1} = x$$

הפעלה כפולה מחזירה את x — מתאים להגדרה.

שאר האפשרויות נפסלות:

$$\$(x) = x^{-\frac{1}{2}} : \$(\$(x)) = x^{\frac{1}{4}} \neq x$$

$$\$(x) = \frac{x-1}{x+1} : \$(\$(x)) = -\frac{1}{x} \neq x$$

$$\$(x) = \frac{1}{2}x^2 : \$(\$(x)) = \frac{1}{8}x^4 \neq x$$

תשובה (1).