

**חורף 2018 – שאלון 035182**

אלגברה

1. מחירו של כרטיס כניסה למוזאון הוא 60 שקלים למבוגר ו־40 שקלים לילד. קבוצה של 90 אנשים (מבוגרים וילדים) ביקרה במוזאון. מחירם של כרטיסי הכניסה לכל חברי הקבוצה היה 4,300 שקלים סך הכול. כמה מבוגרים וכמה ילדים היו בקבוצה?

**פתרון:**

א. נשתמש בנעלמים  $x$  ו- $y$  על מנת להביע את מספר המבוגרים והילדים שבקבוצה שביקרה במוזיאון בהתאמה:

$$x = \text{מספר המבוגרים}$$

$$y = \text{מספר הילדים}$$

נתון שמחירו של כרטיס כניסה של מבוגר הוא 60 שקלים ומחיר כרטיס לילד הוא 40 שקלים. נשתמש בנתון ובנעלמים  $x$  ו- $y$  על מנת לבנות טבלה:

מחיר הכרטיסים הכולל = מספר כרטיסים · מחיר כרטיס	מספר כרטיסים = מספר האנשים שקנו כרטיס	מחיר כרטיס	
$60 \cdot x$	$x$	60	מבוגר
$40 \cdot y$	$y$	40	ילד

כעת נבנה משוואות על פי נתוני השאלה:

**קבוצה של 90 אנשים (מבוגרים וילדים) ביקרה במוזאון –**

$$90 \text{ אנשים} = \text{מספר הילדים} + \text{מספר המבוגרים}$$

$$x + y = 90$$

מחירים של כרטיסי הכניסה לכל חברי הקבוצה היה 4,300 שקלים סך הכול –

4,300 שקלים = מחיר כרטיסי הילדים + מחיר כרטיסי המבוגרים

$$60x + 40y = 4,300$$

נבחן את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} x + y = 90 \\ 60x + 40y = 4,300 \end{cases}$$

נכפול את המשוואה הראשונה על מנת להשוות מקדמים, ונחסר בין המשוואות:

$$\begin{cases} x + y = 90 \quad / \cdot 60 \\ 60x + 40y = 4,300 \end{cases}$$



$$\begin{array}{r} 60x + 60y = 5,400 \\ - \quad 60x + 40y = 4,300 \end{array}$$

נקבל את המשוואה הבאה:

$$60x + 60y - (60x + 40y) = 5,400 - 4,300$$

$$60x + 60y - 60x - 40y = 1,100$$

$$20y = 1,100 \quad / \div 20$$

$$y = 55$$

מצאנו אם כן שמספר הילדים בקבוצה הוא 55. נציב זאת באחת המשוואות כדי למצוא את מספר המבוגרים:

$$x + y = 90$$

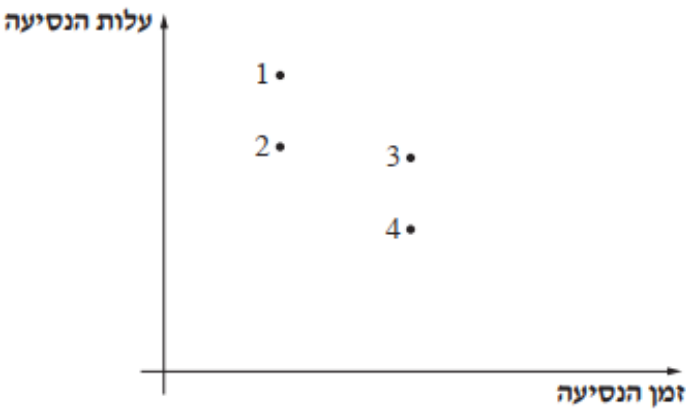
$$x + 55 = 90 \quad / -55$$

$$x = 90 - 55 = 35$$

מצאנו שמספר המבוגרים בקבוצה הוא 35.

תשובה:

בקבוצה היו 55 ילדים ו-35 מבוגרים



2. הגרף שלפניך מתאר את הזמן והעלות של ארבע נסיעות מעיר A לעיר B, במטוס וברכבת.

נסיעה ברכבת נמשכת זמן רב יותר מטיסה במטוס, אך מחירה נמוך יותר.

א. אורית נסעה מעיר A לעיר B ברכבת במחלקה ראשונה, המחלקה היקרה ביותר ברכבת.

איזו נקודה בגרף מתארת את הזמן והעלות של נסיעתה? נמק.

ב. אביטל טסה במטוס מעיר A לעיר B במחלקת תיירים, המחלקה הזולה ביותר במטוס.

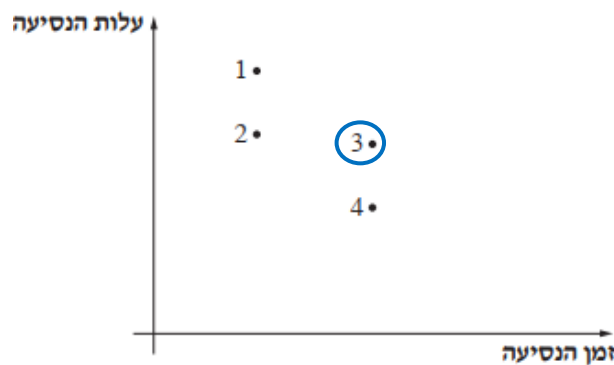
איזו נקודה בגרף מתארת את הזמן והעלות של נסיעתה? נמק.

ג. איזו נקודה בגרף מתארת את הנסיעה שהעלות שלה היא הגבוהה ביותר?

ד. עדנה נסעה מעיר A לעיר B באוטובוס. נסיעה באוטובוס נמשכת זמן רב יותר מנסיעה ברכבת, אך מחירה נמוך יותר. הוסף לגרף נקודה חמישית שיכולה לתאר את הזמן והעלות של נסיעתה של עדנה. נמק.

**פתרון:**

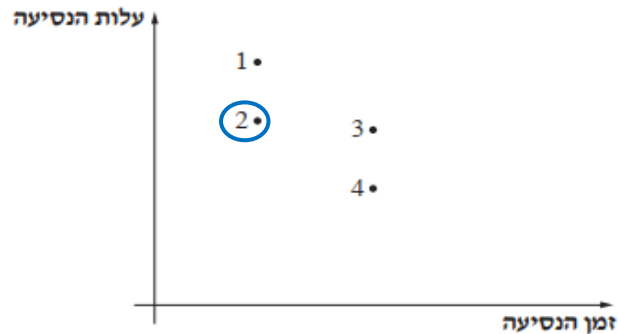
א. הנסיעה של אורית מעיר A לעיר B הייתה ברכבת, הנמשכת זמן רב יותר מטיסה במטוס. מכך נוכל להסיק שמדובר באחת מהנסיעות המוצגות בנקודות 3 ו-4. עוד נתון שהיא נסעה במחלקה היקרה יותר ברכבת, ומכך נוכל להסיק שעלות הנסיעה הייתה גבוהה יותר:



תשובה:

על פי התרשים הנקודה המתאימה לתיאור נסיעתה של אורית היא נקודה 3, שמייצגת נסיעה איטית יותר בעלות גבוהה יותר

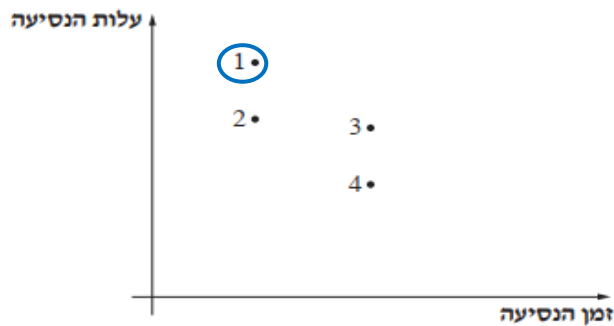
ב. אביטל טסה במטוס מעיר A לעיר B, הנמשכת פחות זמן מנסיעה ברכבת. מכך נוכל להסיק שמדובר באחת מהנסיעות המוצגות בנקודות 1 ו-2. עוד נתון שהיא נסעה במחלקה הזולה יותר במטוס, ומכך נוכל להסיק שעלות הנסיעה הייתה נמוכה יותר:



תשובה:

על פי התרשים הנקודה המתאימה לתיאור טיסתה של אביטל היא נקודה 2, שמייצגת נסיעה מהירה יותר בעלות נמוכה יותר

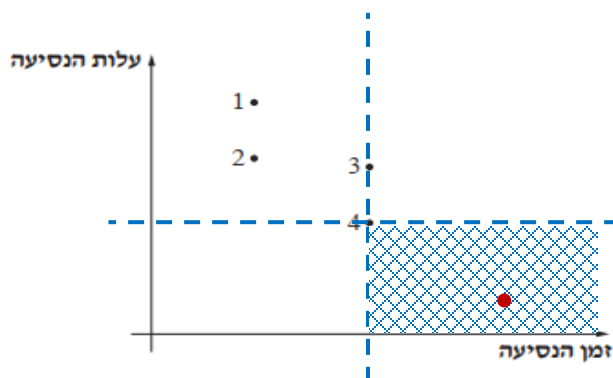
ג. הנסיעה שהעלות שלה היא הגבוהה ביותר מתוארת בתרשים בעזרת הנקודה הגבוהה ביותר, שהיא נקודה 1:

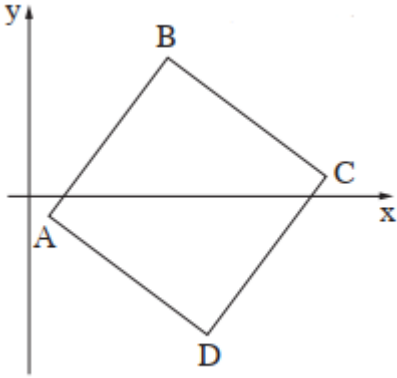


תשובה:

על פי התרשים הנקודה המתאימה לתיאור הנסיעה שעלותה היא הגבוהה ביותר היא נקודה 1

ד. נתון שנסיעתה של עדנה באוטובוס נמשכת זמן רב יותר מנסיעה ברכבת, אך מחירה נמוך יותר. על פי נתונים אלו כל נקודה בטווח המציגה זמן נסיעה ארוך יותר מנקודה 4 (המייצגת את הנסיעה הזולה ברכבת) בעלות נמוכה יותר הוסף יכולה לתאר את הנסיעה. לדוגמה:



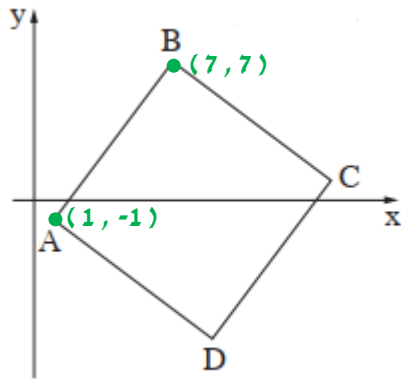


3. הנקודות  $A(1, -1)$  ו- $B(7, 7)$  הן שני קודקודים סמוכים של ריבוע ABCD (ראה ציור).

- א. חשב את אורך הצלע AB.
- ב. חשב את שטח הריבוע.
- ג. חשב את האורך של אלכסון הריבוע.

**פתרון:**

א. הצלע AB נמצאת בין הנקודות A ו-B שנתונים לנו שיעוריהן. נשתמש בנוסחה למציאת מרחק בין שתי נקודות:



$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(7 - 1)^2 + (7 - (-1))^2}$$

$$d = \sqrt{6^2 + 8^2}$$

$$d = \sqrt{100} = 10$$

תשובה:

אורך הצלע AB הוא 10 יחידות

ב. נשתמש באורך הצלע AB אותה מצאנו בסעיף א' על מנת לחשב את שטחו של הריבוע:

$$S_{ABCD} = AB^2$$

$$S_{ABCD} = 10^2 = 100 \text{ יח"ר}$$

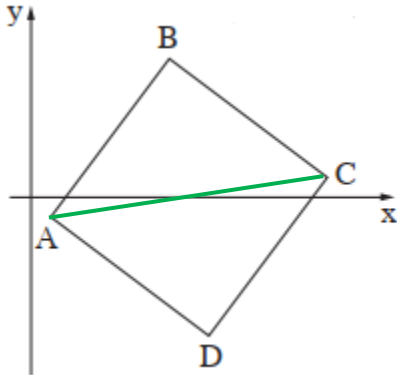
תשובה:

שטח הריבוע ABCD הוא 100 יח"ר

ג. נמתח אלכסון לדוגמה בין שני קודקודים שאינם סמוכים :

נוכל לראות שהתקבל משולש ישר זווית  $ABC$  ( $\angle ADC = 90^\circ$ ), שכל אחד מניצביו הוא גם צלע בריבוע שאורכה 10 יחידות. יתר המשולש ישר הזווית הוא האלכסון  $AC$  בריבוע  $ABCD$ .

נשתמש במשפט פיתגורס כדי לחשב את אורך היתר :



$$\text{יתר}^2 = \text{ניצב}^2 + \text{ניצב}^2$$

$$AD^2 + DC^2 = AC^2$$

$$10^2 + 10^2 = AC^2$$

$$200 = AC^2 \quad \sqrt{\quad}$$

$$AC = \sqrt{200} = 14.142$$

תשובה :

אורך האלכסון  $AC$  הוא 14.142 יחידות

טריגונומטריה

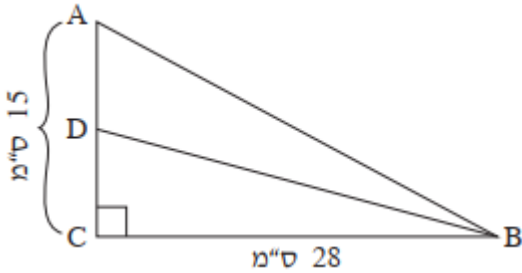
4. ABC הוא משולש ישר זווית ABCD ( $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ ).

BD הוא תיכון במשולש ABC (ראה ציור).

נתון:  $AC = 15$  ס"מ,  $BC = 28$  ס"מ.

א. חשב את גודל הזווית CDB.

ב. מהו גודל הזווית ADB?



**פתרון:**

א. נתבונן במשולש ישר הזווית CDB ( $\sphericalangle DCB = 90^\circ$ ):

ב. אורכו של אחד מניצבי המשולש, BC נתון לנו, והניצב השני DC הינו חלק מהצלע הנתונה AC. נתון כי BD הוא

תיכון, המחלק את הצלע AC לשני חלקים שווים:

$$DC = \frac{AC}{2}$$

$$DC = \frac{15}{2}$$

$$DC = 7.5 \text{ ס"מ}$$

נשתמש בנוסחת הטנגנס לחשב את הזווית CDB:

$$\tan CDB = \frac{CB}{DC} = \frac{28}{7.5}$$

$$\tan CDB = 3.733$$

$$\sphericalangle CDB = 75.005^\circ$$

תשובה:

$\sphericalangle CDB = 75^\circ$

ג. נוכל לראות שהזווית שהתבקשנו למצוא משלימה את הזווית CDB לזווית שטוחה:

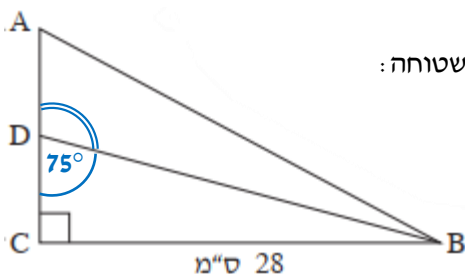
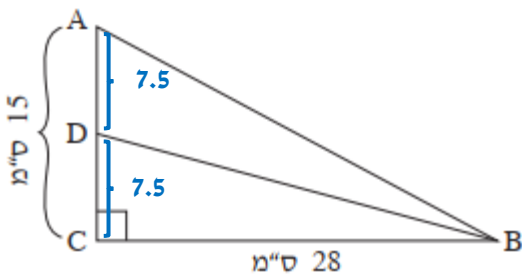
$$\sphericalangle CDB + \sphericalangle ADB = 180^\circ$$

$$75 + \sphericalangle ADB = 180 \quad /-75$$

$$\sphericalangle ADB = 105^\circ$$

תשובה:

$\sphericalangle ADB = 105^\circ$



הסתברות וסטטיסטיקה

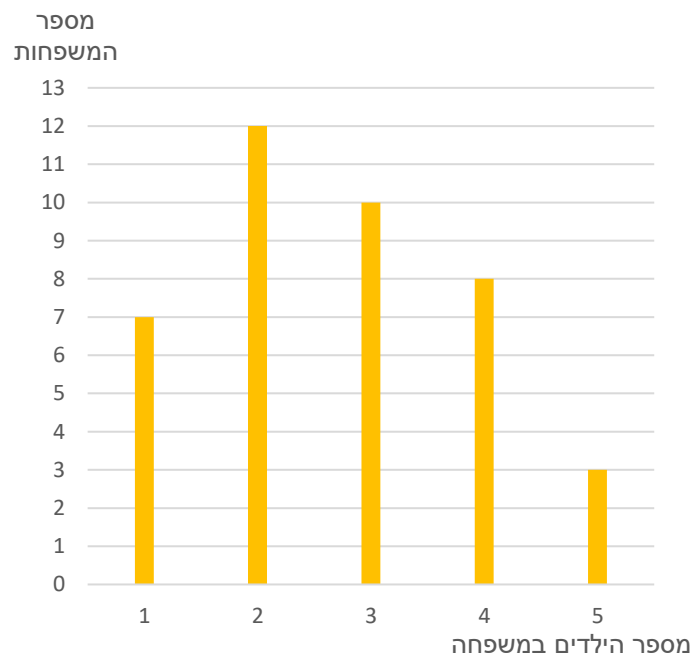
5. בטבלה שלפניך מתוארת ההתפלגות של מספר הילדים במשפחה, עבור כל המשפחות ביישוב מסויים.

5	4	3	2	1	מספר הילדים במשפחה
3	8	10	12	7	מספר המשפחות

- א. סרטט דיאגרמת מקלות המתארת את התפלגות מספר הילדים במשפחה ביישוב.
- ב. חשב את מספר הילדים הממוצע למשפחה ביישוב.
- ג. מהו חציון מספר הילדים במשפחה ביישוב? נמק.
- ד. מהו השכיח של מספר הילדים במשפחה ביישוב? נמק.

**פתרון:**

א. דיאגרמת מקלות:





ב. נסמן על גבי הטבלה x ו-f ונשתמש בנוסחה לחישוב ממוצע:

$x_5 = 5$	$x_4 = 4$	$x_3 = 3$	$x_2 = 2$	$x_1 = 1$	מספר הילדים במשפחה = x
$f_5 = 3$	$f_4 = 8$	$f_3 = 10$	$f_2 = 12$	$f_1 = 7$	מספר המשפחות = f
$x_5 f_5 = 5 \cdot 3$	$x_4 f_4 = 4 \cdot 8$	$x_3 f_3 = 3 \cdot 10$	$x_2 f_2 = 2 \cdot 12$	$x_1 f_1 = 1 \cdot 7$	x · f

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{N}$$

$$\text{מספר ילדים ממוצע} = \frac{1 \cdot 7 + 2 \cdot 12 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 8 + 5 \cdot 3}{N}$$

נמצא את ערכו של N שהוא סך כל המשפחות ביישוב:

$$N = \text{סך המשפחות ביישוב}$$

$$N = 7 + 12 + 10 + 8 + 3$$

$$N = 40$$

נציב זאת בנוסחה:

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 7 + 2 \cdot 12 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 8 + 5 \cdot 3}{40}$$

$$\bar{x} = \frac{108}{40} = 2.7$$

תשובה:

מספר הילדים הממוצע למשפחה ביישוב הוא 2.7

ג. בסעיף הקודם מצאנו כי סך המשפחות N הוא 40. מכיון שמדובר במספר זוגי, עלינו למצוא את שני האיברים האמצעיים:

$$\frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$\frac{n}{2} + 1 = \frac{40}{2} + 1 = 21$$

מצאנו שהאיברים האמצעיים הינם איבר מספר 20 ואיבר מספר 21, ולכן כדי למצוא את החציון, עלינו למצוא את ערך הממוצע שלהם.

נסכום את השכיחויות כדי למצוא את האיברים ה-20 וה-21:

5	4	3	2	1	<b>x = מספר הילדים במשפחה</b>
3	8	10	12	7	<b>f = מספר המשפחות</b>
		19 + 10 = 29	7 + 12 = 19	7	

נוכל לראות שהאיבר ה-20 והאיבר ה-21 נכללים שניהם במשפחות שבהן 3 ילדים במשפחה. מכאן שאין צורך להמשיך ולסכום שכיחויות, וגם ולכן אין צורך לחשב ממוצע – שכן האיברים שווים זה לזה וערכם הוא 3.

תשובה:

חציון מספר הילדים במשפחה ביישוב הוא 3

ד. מספר הילדים השכיח הוא זה הקיים אצל המספר הרב ביותר של המשפחות – כלומר בעל השכיחות הגבוהה ביותר. השכיחות הגבוהה ביותר היא 12, והיא מביעה את מספר המשפחות שלהן 2 ילדים.

תשובה:

מספר הילדים השכיח במשפחה ביישוב הוא 2

6. מטיילים שתי קוביות משחק הוגנות ומחשבים את סכום המספרים שהתקבלו בהטלה.

א. מהי ההסתברות שסכום המספרים הוא 12?

ב. מהי ההסתברות שסכום המספרים קטן מ-5? נמק.

ג. מהי ההסתברות שסכום המספרים הוא אי-זוגי? נמק.

**פתרון:**

נתונות שתי קוביות משחק הוגנות שלכל אחת 6 פאות שעליהן נמצאים המספרים 1-6. כל מספר מופיע על פאה אחת של כל קובייה. נבחן מהי ההסתברות לקבל כל מספר באחת מהקוביות:

$$P(\text{ההסתברות לקבל מספר כלשהו בהטלה}) = \frac{\text{מספר הפאות שעליה נמצא המספר}}{\text{מספר הפאות}}$$

$$P(\text{ההסתברות לקבל מספר כלשהו בהטלה}) = \frac{1}{6}$$

א. כדי שסכום המספרים שמתקבל בהטלה יהיה 12, עלינו לקבל 6 בהטלת כל אחת מהקוביות. כל מספר אחר שיתקבל יהיה נמוך יותר:

$$12 = \text{קובייה } 2 + \text{קובייה } 1$$

$$12 = 6 + 6$$

$$11 = 6 + 5$$

$$10 = 6 + 4$$

וכן הלאה...

אם כן, האפשרות היחידה לכך שסכום הטלת הקוביות יהיה 12 הוא אם נקבל בהטלת קובייה אחת 6 וגם בקובייה השנייה:

$$P(\text{לקבל 6 בקובייה השנייה}) \cdot P(\text{לקבל 6 בקובייה אחת}) = P(\text{לקבל סכום של 12})$$

כפי שראינו קודם לכן, הסיכוי לקבל את המספר 6 בהטלת אחת מהקוביות הוא  $\frac{1}{6}$ .

$$P(\text{לקבל סכום של 12}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

תשובה:

ההסתברות שסכום המספרים יהיה 12 היא  $\frac{1}{36}$



ב. נבדוק בהטלה של אילו מספרים מתקבל סכום הקטן מ-5 (נתחיל מהקטן ביותר):

$$1 + 1 = 2$$

$$1 + 2 = 3$$

$$1 + 3 = 4$$

$$2 + 1 = 3$$

$$2 + 2 = 4$$

$$3 + 1 = 4$$

נבדוק מהי ההסתברות לקבל כל אחד מהסכומים:

$$P(\text{לקבל סכום של } 12) = P(\text{לקבל } 1 \text{ בקובייה אחת}) \cdot P(\text{לקבל } 1 \text{ בקובייה השניה})$$

$$P(\text{לקבל סכום של } 1) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

נוכל לראות שההסתברות לקבלת כל אחד מהסכומים הרשומים מעלה זהה ושווה ל- $\frac{1}{36}$ . נסכום את ההסתברויות:

$$P(\text{לקבל סכום קטן מ- } 5) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36}$$

$$P(\text{לקבל סכום קטן מ- } 5) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

תשובה:

$$\frac{1}{6}$$

ג. נבדוק כמה אפשרויות לקבלת מספר אי-זוגי בהטלת 2 הקוביות ייתכנו:

$$1 + 2 = 3$$

$$1 + 4 = 5$$

$$1 + 6 = 7$$

$$2 + 1 = 3$$

$$2 + 3 = 5$$

וכן הלאה..

לבסוף נמצא שיש בסה"כ 18 אפשרויות לקבל מספר אי זוגי בהטלת הקוביות. ידוע לנו מסעיפים קודמים שההסתברות

לקבל סכום מסויים בהטלת 2 הקוביות היא  $\frac{1}{36}$ :

$$P(\text{לקבל סכום אי - זוגי}) = \frac{1}{36} \cdot 18$$

$$P(\text{לקבל סכום אי - זוגי}) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

תשובה:

$$\frac{1}{2}$$