

**קיץ א' 2018 – שאלון 035182**

**אלגברה**

- לקראת סוף השנה הכריזה רשת חנויות בגדים על מבצע של 40% הנחה על כל הפריטים בחנות. מחירה של חולצה ירד ב-64 שקלים.  
א. מה היה מחיר החולצה לפני המבצע?  
נועה קנתה 3 חולצות לפני המבצע ו-2 חולצות במחיר המבצע.  
ב. כמה סך הכול שילמה נועה על כל החולצות שקנתה?

**פתרון:**

א. נשתמש בנעלם  $x$  על מנת להביע את מחיר החולצה לפני המבצע, ובעזרת הנתונים נבנה משוואה.

$$x = \text{מחיר החולצה}$$

ראשית נתייחס לערך ההנחה באחוזים:

**לקראת סוף השנה הכריזה רשת חנויות בגדים על מבצע של 40% הנחה על כל הפריטים בחנות –**

$$40\% \text{ מ-} x = x - \text{סך ההנחה}$$

$$\text{סך ההנחה} = x \cdot \frac{40}{100} = 0.4x$$

כעת נתייחס לסך ההנחה בשקלים:

**מחירה של חולצה ירד ב-64 שקלים –**

$$64 = \text{סך ההנחה}$$

נשווה בין הערכים על מנת למצוא את מחיר החולצה  $x$ :

$$0.4x = 64 \quad / \div 0.4$$

$$x = \frac{64}{0.4} = 160$$

תשובה:

מחיר החולצה לפני המבצע היה 160 שקלים

ב. מצאנו בסעיף א' כי מחיר החולצה לפני המבצע היה 160 שקלים. נשתמש בנתון זה על מנת למצוא את מחירה לאחר המבצע (בעקבות הנחה של 64 שקלים):

$$160 - 64 = 96 = \text{מחיר החולצה לאחר ההנחה}$$

נתון לנו שנועה קנתה 3 חולצות לפני המבצע ו-2 חולצות במחיר המבצע:

$$\text{מחיר המבצע} \cdot 2 + \text{מחיר לפני המבצע} \cdot 3 = \text{המחיר ששילמה נועה}$$

$$2 \cdot 96 + 3 \cdot 160 = \text{המחיר ששילמה נועה}$$

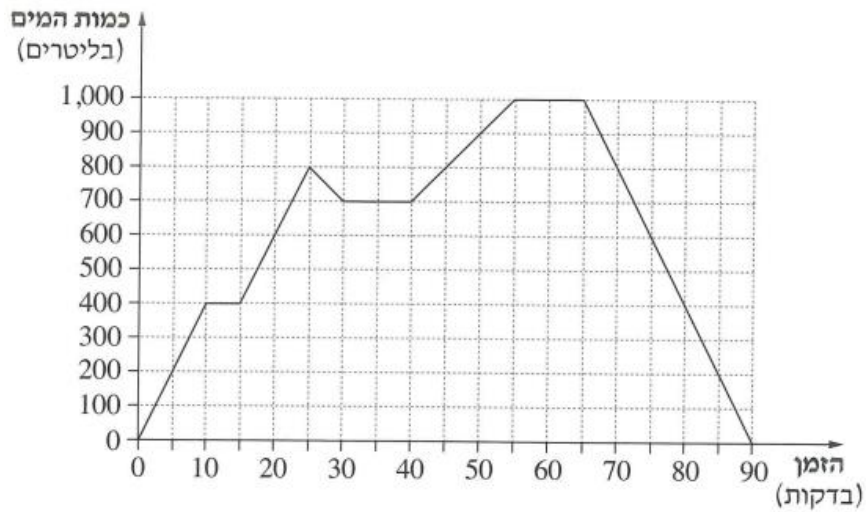
$$192 + 480 = 672 = \text{המחיר ששילמה נועה}$$

$$672 = \text{המחיר ששילמה נועה}$$

תשובה:

נועה שילמה 672 שקלים בעבור החולצות

2. הגרף שלפניך מתאר את כמות המים במכל שנפחו 1,000 ליטר, במשך זמן מסוים.



הסתמך על הגרף וענה על הסעיפים א-ד.

א. כמה מים היו במכל לאחר 5 דקות?

ב. כמה מים הוזרמו למכל בין הדקה ה-45 לדקה ה-50?

ג. (1) אילו זמנים היו במכל בדיוק 800 ליטרים של מים?

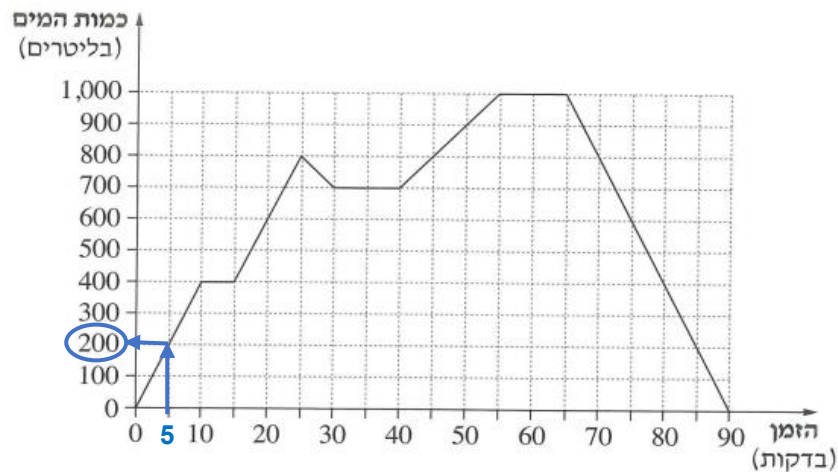
(2) מאיזו דקה עד איזו דקה המכל היה מלא לגמרי?

ד. אחרי שהמכל התמלא לגמרי, רוקנו אותו, כמותו אר בגרף.

מה היה הקצב שבו רוקנו את המכל (בליטרים לדקה)?

פתרון:

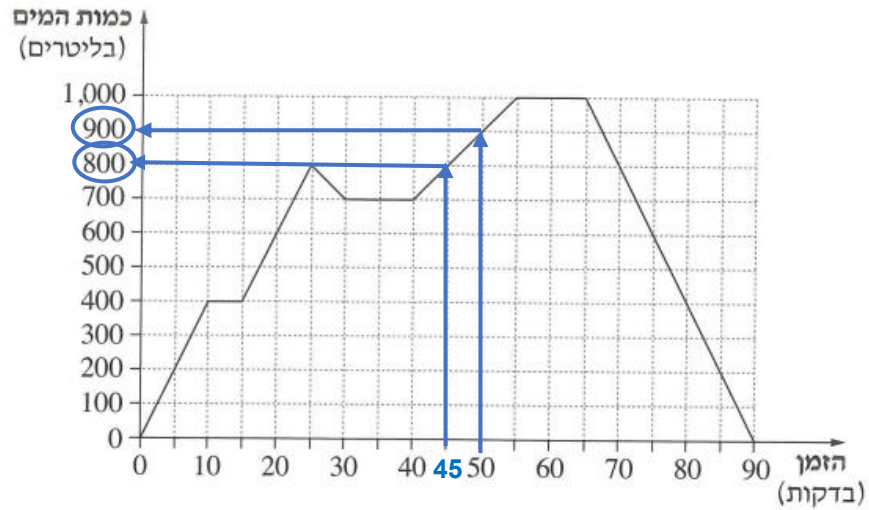
א.



תשובה:

על פי התרשים לאחר 5 דקות היו במכל 200 ליטרים של מים

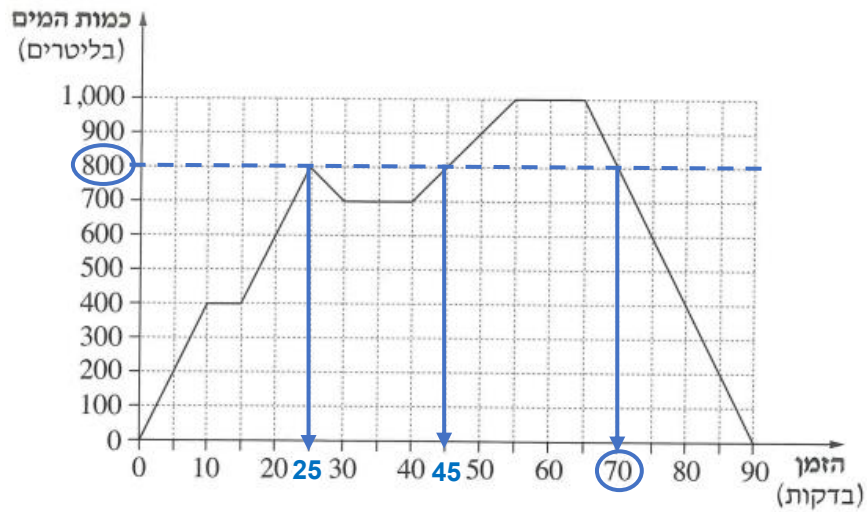
ג. נבדוק את כמות המים במכל בדקה ה-45 ואת כמות המים בדקה ה-50, ונחסר ביניהן:



תשובה:

על פי התרשים הוזרמו למכל 100 ליטרים של מים בין הדקה ה-45 לדקה ה-50

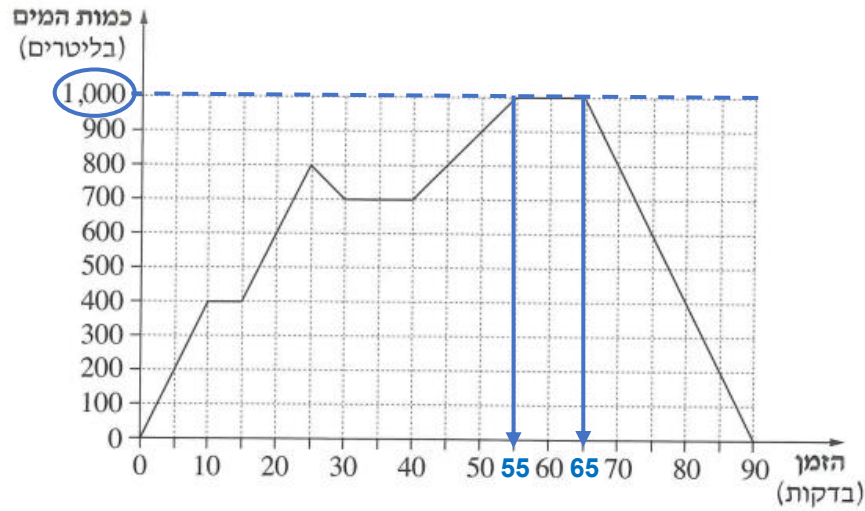
ג. (1) נבחן באילו דקות כמות המים במכל עמדה על 800 ליטרים:



תשובה:

על פי התרשים מכל המים הכיל 800 ליטרים בדקה ה-25, בדקה ה-45 ובדקה ה-70

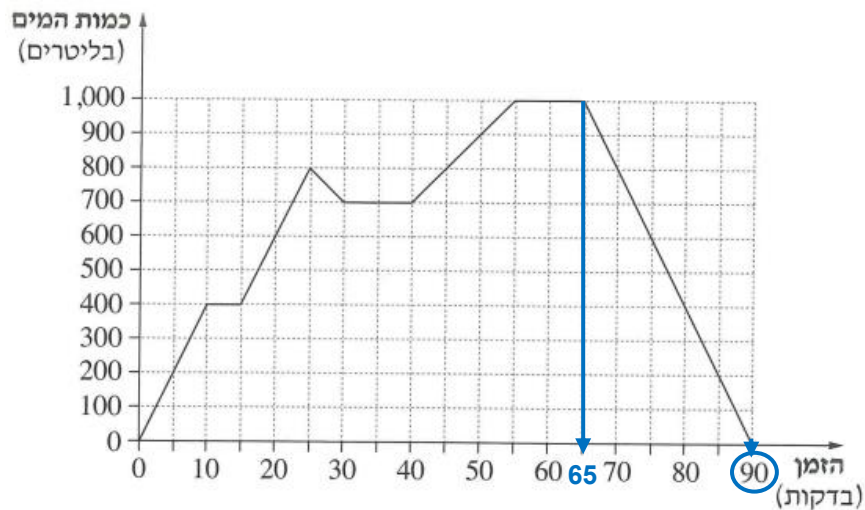
(2) נתון כי נפח המכל עומד על 1,000 ליטרים, ולכן נבדוק את משך הזמן בו המכל הכיל את כמות המים הזו:



תשובה:

על פי התרשים מכל המים היה מלא לגמרי מהדקה ה-55 ועד הדקה ה-65

ד. נבדוק את פרק הזמן שלקח למכל להתרוקן מ-1,000 ליטרים של מים:



מצאנו שפרק הזמן שנדרש למכל להתרוקן הוא 25 דקות. על מנת לחשב את קצב ההתרוקנות, נבדוק את כמות המים חלקי הזמן:

$$\text{קצב התרוקנות} = \frac{\text{כמות המים}}{\text{הזמן}}$$

$$\text{קצב} = \frac{1,000}{25} = 40$$

תשובה:

על פי התרשים קצב התרוקנות המכל ממים היה 40 ליטרים לדקה

3. בסדרה חשבונית האיבר השני הוא 4 והאיבר הרביעי הוא 10.  
 א. מהו הפרש הסדרה? נמק.  
 ב. מהו האיבר הראשון בסדרה? נמק.  
 ג. חשב את סכום 19 האיברים הראשונים בסדרה.

**פתרון:**

- א. נשתמש בנוסחה לאיבר כללי עבור האיברים הנתונים לנו:  
 האיבר השני הוא 4 –

$$a_2 = a_1 + (2 - 1)d$$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$4 = a_1 + d$$

האיבר הרביעי הוא 10 –

$$a_4 = a_1 + (4 - 1)d$$

$$a_4 = a_1 + 3d$$

$$10 = a_1 + 3d$$

קיבלנו זוג משוואות שניתן לחסר ביניהן:

$$- \begin{cases} 10 = a_1 + 3d \\ 4 = a_1 + d \end{cases}$$

$$10 - 4 = a_1 + 3d - (a_1 + d)$$

$$6 = a_1 + 3d - a_1 - d$$

$$6 = 2d \quad /\div 2$$

$$d = 3$$

תשובה:

הפרש הסדרה הוא 3

ב. נשתמש בהפרש שמצאנו בסעיף א' במשוואה לאיבר כללי של אחד מהאיברים הנתונים :

$$a_2 = a_1 + d$$

$$4 = a_1 + 3 \quad /-3$$

$$4 - 3 = a_1$$

$$a_1 = 1$$

תשובה :

האיבר הראשון בסדרה הוא 1

ג. נשתמש בנוסחה למציאת סכום סדרה, לאחר שמצאנו את האיבר הראשון ואת ההפרש :

$$S_n = \frac{n[2a_1 + d \cdot (n - 1)]}{2}$$

$$S_{19} = \frac{19[2 \cdot 1 + 3 \cdot (19 - 1)]}{2}$$

$$S_{19} = \frac{19[2 + 3 \cdot 18]}{2}$$

$$S_{19} = \frac{19 \cdot 56}{2} = 532$$

תשובה :

סכום 19 האיברים הראשונים בסדרה הוא 532

4. נתונות משוואות של שני ישרים:  $y = 2x + 2$ ,  $y = 3x - 3$ .

הישרים חותכים זה את זה בנקודה M.

א. מצא את שיעורי הנקודה M.

ב. האם הישר שמשוואתו  $y = -3x + 15$  עובר דרך הנקודה M? נמק.

ג. חשב את מרחק הנקודה M מראשית הצירים.

**פתרון:**

א. על מנת למצוא את נקודת החיתוך בין הישרים M נשווה בין משוואותיהם:

$$\begin{cases} y = 3x - 3 \\ y = 2x + 2 \end{cases}$$

$$3x - 3 = 2x + 2 \quad / +3 - 2x$$

$$3x - 2x = 2 + 3$$

$$x = 5$$

מצאנו את שיעור ה-x של הנקודה M, וכדי למצוא את שיעור ה-y פשוט נציב ערך זה באחת המשוואות:

$$y = 3x - 3$$

$$y = 3 \cdot 5 - 3$$

$$y = 12$$

תשובה:

שיעורי הנקודה M: (5, 12)

ב. אם הישר שמשוואתו  $y = -3x + 15$  אכן עובר בנקודה M, אז בהצבת שיעורי הנקודה במשוואה יתקבל פסוק

אמת:

$$y = -3x + 15$$

$$12 = -3 \cdot 5 + 15$$

$$12 = -15 + 15$$

$$12 \neq 0$$

מצאנו כי הצבת שיעורי הנקודה M במשוואת הישר נותנת פסוק שקר.

תשובה:

הישר  $y = -3x + 15$  אינו עובר בנקודה M, משום שבהצבת שיעוריה משוואתו אינה מתקיימת



ג. נשתמש בנוסחה לחישוב מרחק  $d$ , בין הנקודות  $M(5, 12)$  לראשית הצירים  $(0, 0)$ :

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(5 - 0)^2 + (12 - 0)^2}$$

$$d = \sqrt{5^2 + 12^2}$$

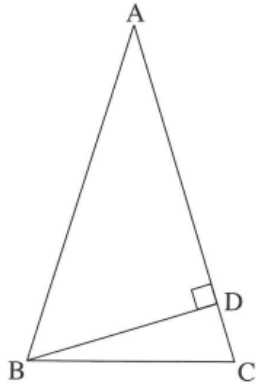
$$d = \sqrt{169}$$

$$d = 13$$

תשובה:

המרחק בין נקודה  $M$  לראשית הצירים הוא 13 יחידות

טריגונומטריה



5. ABC הוא משולש שווה שוקיים ( $AB = AC$ ).  
 BD הוא הגובה לשוק AC (ראה ציור).  
 נתון:  $BC = 8$  ס"מ, גודל זווית הבסיס במשולש הוא  $70^\circ$ .

- א. חשב את אורך הגובה BD.
- ב. חשב את האורך של שוק במשולש ABC.
- ג. חשב את שטח המשולש.

**פתרון:**

א. נתון ש-BD הוא גובה, ולכן נתבונן במשולש ישר הזווית BDC שהוא יוצר:  
 נתונים:

•  $BC = 8$  ס"מ

• גודל זווית הבסיס במשולש הוא  $70^\circ \leftarrow \angle ABC = \angle ACB = 70^\circ$

נשתמש בנוסחת הסינוס כדי למצוא את ערכה של הצלע BD:

$$\sin \angle ACB = \frac{BD}{BC}$$

$$\sin 70^\circ = \frac{BD}{8} \quad / \cdot 8$$

$$8 \cdot \sin 70^\circ = BD \quad / \cdot 8$$

$$BD = 7.518$$

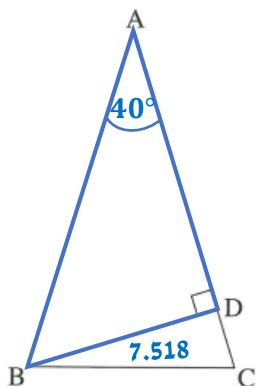
תשובה:

אורכו של הגובה BD הוא 7.518 ס"מ

ב. נתבונן במשולש ישר הזווית ABD:  
 על פי סעיף א' –

$$BD = 7.518 \text{ ס"מ}$$

אחת מזוויות המשולש ABD היא זווית הראש של המשולש שווה השוקיים ABC, שנתונת לנו זווית הבסיס שלו. נשתמש בסכום זוויות במשולש כדי למצוא את ערכה –



$$\begin{aligned} \angle ABC + \angle BCA + \angle CAB &= 180^\circ \\ 70 + 70 + \angle CAB &= 180^\circ \\ 140 + \angle CAB &= 180 \quad /-140 \\ \angle CAB &= 40^\circ \end{aligned}$$

נשתמש בנוסחת הסינוס כדי למצוא את ערך היתר במשולש ABD, שהוא גם השוק במשולש ABC:

$$\begin{aligned} \sin \angle BAD &= \frac{BD}{AB} \\ \sin 40 &= \frac{7.518}{AB} \quad / \cdot AB \\ AB \cdot \sin 40 &= 7.518 \quad / \div \sin 40 \\ AB &= \frac{7.518}{\sin 40} = 11.696 \end{aligned}$$

תשובה:

אורך השוק AB הוא 11.696 ס"מ

ג. מצאנו בסעיף א' את אורך הגובה לשוק במשולש ABC, ובסעיף ב' את אורכה של השוק:

$$\begin{aligned} BD &= 7.518 \\ AB = AC &= 11.696 \end{aligned}$$

נשתמש באורכים אלה בנוסחה לחישוב שטח משולש:

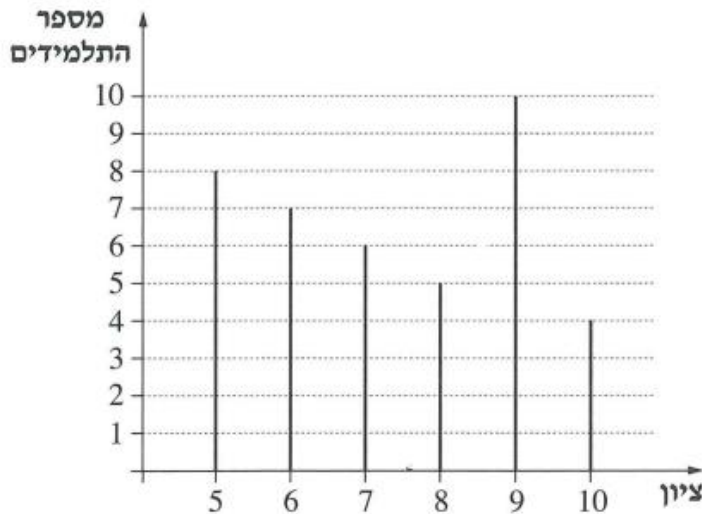
$$\begin{aligned} S_{\text{משולש}} &= \frac{h \cdot \text{צלע}}{2} \\ S_{ABC} &= \frac{BD \cdot AC}{2} \\ S_{ABC} &= \frac{7.518 \cdot 11.696}{2} \\ S_{ABC} &= 43.965 \end{aligned}$$

תשובה:

שטח המשולש ABC הוא 43.965 סמ"ר

הסתברות וסטטיסטיקה

6. בכיתה מסוימת נערך מבחן בתנ"ך. כל תלמידי הכיתה נבחנו בו. לפניך דיאגרמת מקלות המתארת את התפלגות הציונים במבחן.



- א. כמה תלמידים יש בכיתה?
- ב. חשב מה היה ממוצע הציונים במבחן.
- ג. מה היה חציון הציונים במבחן? נמק.
- ד. מה היה הציון השכיח במבחן? נמק.
- בוחרים באקראי תלמיד מן הכיתה.
- ה. מהי ההסתברות שציונו נמוך מן הממוצע?
- ו. מהי ההסתברות שציונו נמוך מ-6?

**פתרון:**

בטרם נתחיל בפתרון הסעיפים, נתרגם את דיאגרמת המקלות לטבלת שכיחויות:

ציון $x$	5	6	7	8	9	10
שכיחות $f$	8	7	6	5	10	4

א. כדי למצוא את מספר הילדים בכיתה המסומן כ-N, נסכום את השכיחויות:

$$N = 8 + 7 + 6 + 5 + 10 + 4$$

$$N = 40$$

תשובה:

בכיתה יש 40 תלמידים

ב. נוסף לטבלה את ערכי המכפלה  $x \cdot f$ , ונציב בנוסחה לחישוב ממוצע:

$x_6 = 10$	$x_5 = 9$	$x_4 = 8$	$x_3 = 7$	$x_2 = 6$	$x_1 = 5$	<b>ציון <math>x</math></b>
$f_6 = 4$	$f_5 = 10$	$f_4 = 5$	$f_3 = 6$	$f_2 = 7$	$f_1 = 8$	<b>שכיחות <math>f</math></b>
$x_6 f_6 = 10 \cdot 4$	$x_5 f_5 = 9 \cdot 10$	$x_4 f_4 = 8 \cdot 5$	$x_3 f_3 = 7 \cdot 6$	$x_2 f_2 = 6 \cdot 7$	$x_1 f_1 = 5 \cdot 8$	<b><math>x \cdot f</math></b>

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{N}$$

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 8 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 6 + 8 \cdot 5 + 9 \cdot 10 + 10 \cdot 4}{40}$$

$$\bar{x} = \frac{294}{40} = 7.35$$

תשובה:

הציון הממוצע במבחן הוא 7.35

ג. בסעיף א' מצאנו כי סך התלמידים בכיתה N הוא 40. מכיון שמדובר במספר זוגי, עלינו למצוא את שני האיברים האמצעיים:

$$\frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$\frac{n}{2} + 1 = \frac{40}{2} + 1 = 21$$

נסכום את השכיחויות כדי למצוא את האיברים ה-20 וה-21:

10	9	8	7	6	5	<b>ציון <math>x</math></b>
4	10	5	6	7	8	<b>שכיחות <math>f</math></b>
			$15 + 6 = 21$	$8 + 7 = 15$	8	

נוכל לראות שהאיבר ה-20 והאיבר ה-21 נכללים שניהם נכללים בקבוצת התלמידים שציונם 7. מכאן שאין צורך להמשיך ולסכום שכיחויות, וגם ולכן אין צורך לחשב ממוצע – שכן האיברים שווים זה לזה וערכם הוא 7.

תשובה:

הציון הציונים במבחן הוא 7

ד. הציון השכיח במבחן הוא זה שקיבלו הכי הרבה תלמידים – כלומר בעל השכיחות הגבוהה ביותר. השכיחות הגבוהה ביותר היא 10, והיא מביעה את מספר התלמידים שקיבלו ציון 9 במבחן.

תשובה:

הציון השכיח במבחן הוא 9

ה. בסעיף ב' מצאנו שהציון הממוצע במבחן הוא 7.35, ומצאנו בסעיף א' שמספר התלמידים בכיתה הוא 40. נחפש מהי ההסתברות לבחור בתלמיד שקיבל ציון נמוך מ-7.35:

$$P(\text{ההסתברות לבחור בתלמיד שציונו נמוך מהממוצע}) = \frac{\text{מספר התלמידים שציונם נמוך מהממוצע}}{\text{מספר התלמידים}}$$

נבדוק בטבלה כמה תלמידים קיבלו ציון שהוא נמוך מן הממוצע:

$$7.35 - 6 = 8 + 7 + 6$$

$$7.35 - 7.35 = 21$$

$$P(\text{ההסתברות לבחור בתלמיד שציונו נמוך מהממוצע}) = \frac{21}{40} = 0.525$$

תשובה:

ההסתברות לבחור בתלמיד שציונו נמוך מהממוצע היא 0.525

ו. נחשב באותו אופן את ההסתברות לבחור בתלמיד שציונו נמוך מ-6:

$$P(6 - \text{מספר התלמידים שציונם נמוך מ-6}) = \frac{\text{מספר התלמידים שציונם נמוך מ-6}}{\text{מספר התלמידים}}$$

התלמידים היחידים שקיבלו ציון שהוא נמוך מ-6 הם 8 התלמידים שציונם היה 5 –

$$6 - 6 = 8$$

$$P(6 - \text{מספר התלמידים שציונם נמוך מ-6}) = \frac{8}{40} = 0.2$$

תשובה:

ההסתברות לבחור בתלמיד שציונו נמוך מ-6 היא 0.2