קיץ ב' 2018 – שאלון 035382

אלגברה

1. בחנות ספרים הכריזו על מִבְצָע:

אם קונים שני ספרים, מקבלים 50% הנחה על הספר הזול מבין השניים.

א. אורית קנתה במבצע שני ספרים, שמחיריהם לפני המבצע היו 108 שקלים ו־ 72 שקלים.

(1) חשב כמה שקלים שילמה אורית עבור שני הספרים.

(2) חשב באחוזים מה הייתה ההנחה הכוללת שקיבלה אורית על שני הספרים יחד.

ב. זאב קנה באותו המבצע שני ספרים ושילם עבורם 165 שקלים סך הכול.

לפני המבצע מחיר הספר היקר מביניהם היה גדול ב־ 39 שקלים ממחירו של הספר הזול מביניהם.

(1) חשב מה היה המחיר לפני המבצע של כל אחד משני הספרים שקנה זאב.

(2) חשב באחוזים מה הייתה ההנחה הכוללת שקיבל זאב על שני הספרים יחד.

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה.

פתרון:

א. (1) אורית קנתה שני ספרים ← הספר הראשון - מחירו 108 ש"ח, הספר השני - מחירו 72 ש"ח.

לפי הנתונים אם קונים שני ספרים מקבלים הנחה של 50% על הזול מבינהם. כלומר אורית קיבלה הנחה של 50 אחוז על הספר השני, ולכן שילמה רק מחצית מהמחיר:

$$108+\frac{72}{2}=144$$

תשובה:

אורית שילמה 144 שקלים עבור שני הספרים

(2) נשווה בין המחיר הכולל לפני ההנחה ובין המחיר אחרי ההנחה:

לפני ההנחה שילמה אורית מחיר מלא ← $108+72=180$ ← 180 שקלים

לפי הסעיף הקודם אורית שילמה לאחר ההנחה 144 שקלים

ההפרש בין המחיר לפני ההנחה למחיר אחרי ההנחה הוא ← $180-144=36$

נבדוק כמה אחוזים מהמחיר המקורי מהווה הפרש זה. כדי לעשות זאת, נכפול את החלק ב-100:

$$\frac{36}{180}\cdot 100=20$$

תשובה:

ההנחה הכוללת שקיבלה אורית באחוזים היא 20%

ב. (1) לפי הנתונים זאב קנה שני ספרים כך שמחירו של היקר מבינהם היה גדול ב-39 שקלים מהזול מבינהם. נסמן את מחירו של הספר הזול ב- x ואת מחירו של היקר מבינהם ב- $x + 39$. נזכור שעל פי המבצע, זאב קיבל הנחה של 50% על הספר הזול מבינהם:

	מחיר הספר הזול	מחיר הספר היקר
לפני ההנחה	x	$x+39$
אחרי ההנחה	$\frac{x}{2}$	$x+39$

לאחר המבצע מחירו של הספר הזול היה $\frac{x}{2}$ ומחירו של הספר היקר מבינהם נשאר $x + 39$.

נתון שזאב שילם 165 שקלים בעבור שני הספרים במסגרת המבצע. נבנה משוואה מתאימה:

$$(x + 39) + \frac{x}{2} = 165$$

$$1.5x + 39 = 165 \quad /-39$$

$$1.5x = 126 \quad /\div 1.5$$

$$x = 84$$

מצאנו שמחירו של הספר הזול הוא 84 שקלים. נחשב את מחירו של הספר היקר:

$$x + 39 = 84 + 39 = 123$$

תשובה:

מחירו של הספר הזול לפני ההנחה היה 84 שקלים, ומחירו של הספר היקר לפני ההנחה היה 123 שקלים

(2) נחשב את המחיר הכולל לפני ההנחה:

$$84 + 123 = 207$$

נתון כי המחיר הכולל אחרי ההנחה היה 165 שקלים.נחשב את ההפרש בינהם:

$$207 - 165 = 42$$

כעת ניעזר בנוסחת האחוז ונחשב את אחוז ההנחה:

$$\frac{42}{207} \cdot 100 = 20.29$$

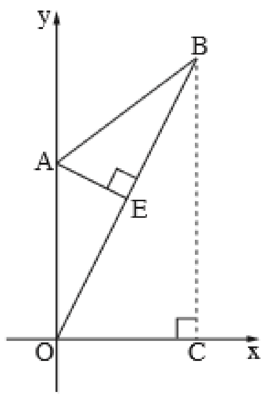
תשובה:

ההנחה הכוללת שקיבל זאב באחוזים הוא 20.29%

2. AEB הוא משולש ישר זווית ($\sphericalangle AEB = 90^0$).

הקודקוד A נמצא על ציר ה־ y (ראה ציור).

משוואת הצלע AE היא $y = -\frac{1}{2}x + 5$.



א. מצא את שיעורי הקודקוד A .

נתון: המשך הצלע BE עובר דרך ראשית הצירים, O .

ב. מצא את משוואת הישר OB .

ג. מצא את שיעורי הנקודה E .

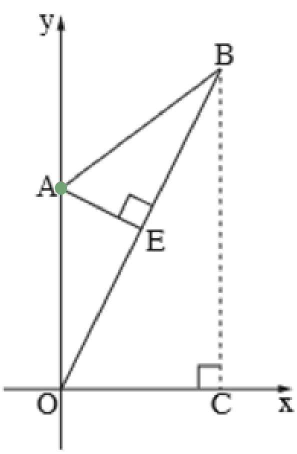
נתון: שיעור ה־ y של הקודקוד B הוא 8 .

ד. הראה כי המשולש OAB הוא משולש שווה שוקיים.

מן הנקודה B העבירו אנך לציר ה־ x , החותך את ציר ה־ x בנקודה C .

ה. חשב את היקף המרובע $ABCO$.

פתרון:



א. הקודקוד A נמצא על גבי ציר ה-y ולכן נציב $x = 0$ במשוואת הישר AE : $y = -\frac{1}{2}x + 5$

$$y = -\frac{1}{2} \cdot 0 + 5 \ = 5$$

תשובה :

שיעורי הנקודה A : $A(0\,,5)$

ב. כדי למצוא את משוואת הישר עלינו למצוא שיפוע ונקודה ולהציב אותם במשוואת הקו הישר.

נמצא תחילה את שיפוע הישר OB –

לפי הנתונים משולש AEB הוא ישר זווית, כלומר הישרים AE ו-OB מאונכים זה לזה. מכאן ששיפועי הישרים AE ו-OB הופכים ונגדיים זה לזה, ושיפוע הישר הנתון AE הוא $-\frac{1}{2}$:

$$m_{AE} \cdot m_{OB} = -1$$

$$-\frac{1}{2} \cdot m_{OB} = -1 \quad / \div \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$m_{OB} = 2$$

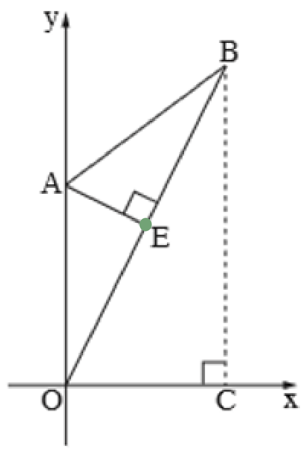
נציב את השיפוע שמצאנו ואת הנקודה על הישר $O(0\,,0)$ במשוואת הקו הישר :

$$y - 0 = 2(x - 0)$$

$$y = 2x$$

תשובה :

משוואת הישר OB היא : $y = 2x$



ג. נקודה E היא נקודת החיתוך בין שני הישרים AE ו-OB.

ישר ראשון AE ← $y=-\frac{1}{2}x+5$

ישר שני ← $y=2x$

נשווה בין הישרים:

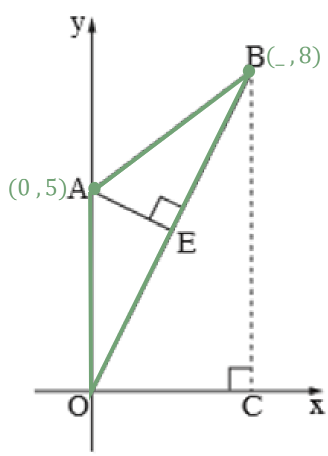
$$-\frac{1}{2}x+5=2x \quad /+\frac{1}{2}x$$
$$5=2.5x \quad /\div 2.5$$
$$x=2$$

נציב $x=2$ במשוואת הישר של OB:

$$y=2x=2\cdot 2=4$$

תשובה:

שיעורי הנקודה E: $A(2\,,4)$



ד. כדי להראות שמשולש OAB שווה שוקיים נראה ששתי שוקיו שוות בגודלן, כלומר: OA = AB.

אורך הצלע OA:

לפי סעיף א' מצאנו את שיעורי הנקודה A(0 , 5), ונוכל לראות שהצלע OA מונחת על ציר ה-y. מכאן שאורכה שווה לשיעור ה-y של נקודה A שהוא 5 ← OA = 5

אורך הצלע AB:

נתון ששיעור ה-y של B הוא 8. נקודה B נמצאת על ישר OB ולכן נציב את הערך $y=8$ במשוואת הישר:

$$8=2x \quad /\div 2$$
$$x=4$$

מצאנוששיעורי הנקודה B הם: B(4 , 8).

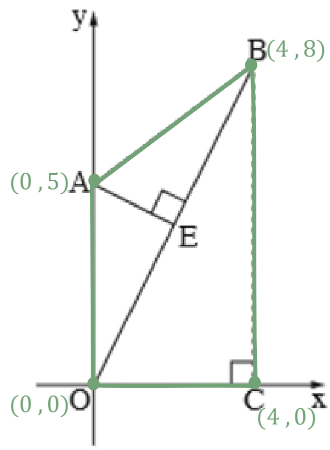
ניעזר בנוסחת הדיסטנס ונמצא את AB:

$$d_{AB}=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}=\sqrt{(0-4)^2+(5-8)^2}$$
$$d_{AB}=\sqrt{(-4)^2+(-3)^2}=\sqrt{16+9}=$$
$$d_{AB}=\sqrt{25}=5$$

מצאנו $AB=OA=5$ ולכן המשולש הוא שווה שוקיים.

תשובה:

המשולש OAB הוא שווה שוקיים, מפני שהצלעות OA ו-AB שוות אחת לשניה



ה. בסעיף זה התבקשנו לחשב את היקף ABCO.

בסעיף הקודם מצאנו את אורך הצלעות AB ו-OA ← $AB = OA = 5$

נתון שמנקודה B העבירו אנך המקביל לציר ה-y. ישר זה מקביל לציר ה-y והוא מסוג :
עובר אותו שיעור x :

$$x_B = x_C = 4$$

מכאן שאורך הצלע BC שווה לשיעור ה-y של הנקודה B :

$$BC = y_B = 8$$

ואורך הצלע OC שווה לשיעור ה-x של הנקודה C :

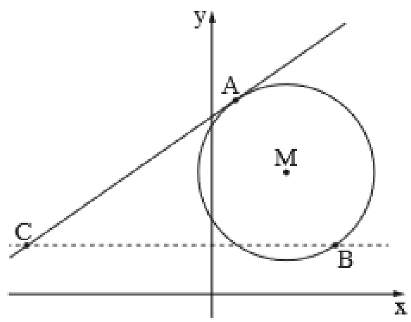
$$OC = x_C = 4$$

כעת נחשב את היקף ABCO :

$$P_{ABCO} = AB + BC + CO + OA = 5 + 8 + 4 + 5 = 22$$

תשובה :

היקף המרובע ABCO הוא 22 יחידות



3. נתון מעגל שמרכזו בנקודה $M(3,5)$ ורדיוסו R.
העבירו משיק למעגל בנקודה $A(1,8)$, כמתואר בציור.
א. (1) חשב את רדיוס המעגל, R.
(2) כתוב את משוואת המעגל.
ב. (1) מצא את השיפוע של הישר AM.
(2) מצא את משוואת המשיק.
נתון: AB הוא קוטר במעגל.
ג. מצא את שיעורי הנקודה B.
דרך הנקודה B העבירו ישר המקביל לציר ה־ x (הישר המקווקו בציור).
הישר חותך את המשיק בנקודה C.
ד. חשב את שטח המשולש ABC.

פתרון:

א. (1) לפי הנתונים מרכז המעגל הוא $M(3,5)$, כלומר במשוואת המעגל $a=3$ ו-$b=5$:

$$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$$

$$(x-3)^2+(y-5)^2=R^2$$

נתון שהנקודה $A(1,8)$ נמצאת על המעגל. נציב בהתאמה ונקבל את אורכו של הרדיוס R:

$$(1-3)^2+(8-5)^2=R^2$$

$$2^2+3^2=R^2$$

$$13=R^2$$

$$R=\sqrt{13}=3.606$$

תשובה:

רדיוס המעגל הוא $\sqrt{13}$ יחידות

(2) נציב את הנתונים בנוסחת המעגל:

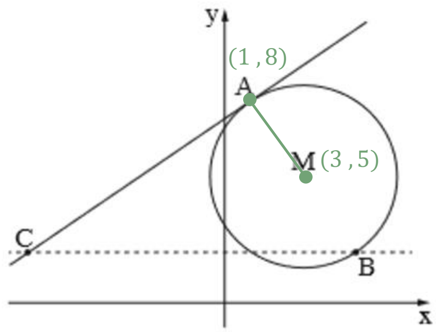
$$(x-3)^2+(y-5)^2=13$$

תשובה:

מצאנו שנוסחת המעגל היא: $(x-3)^2+(y-5)^2=13$

ב. (1) כדי למצוא את שיפוע AM עלינו להציב שתי נקודות שנמצאות על הישר ולהציב אותן בנוסחת השיפוע. לפי הנתונים: $A(1\ ,\ 8)$, $M(3\ ,\ 5)$

ניעזר בנוסחת השיפוע ונציב את הנקודות:



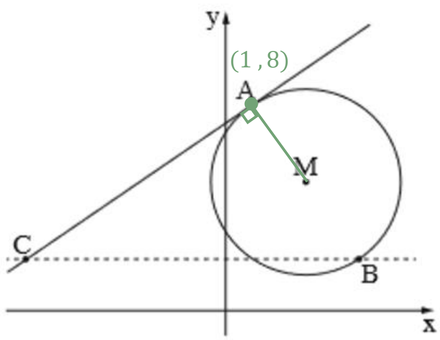
$$m_{AM}=\frac{y_A-y_M}{x_A-x_B}=\frac{8-5}{1-3}=\frac{3}{-2}=-1.5$$

תשובה:

מצאנו ששיפוע הישר AM הוא -1.5

(2) על מנת למצוא את משוואת המשיק עלינו למצוא נקודה הנמצאת עליו ואת שיפועו ולהציב אותם במשוואת הקו הישר.

את שיפוע הישר AM מצאנו בסעיף הקודם ← $m_{AM}=-1.5$



המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה, ולכן שיפוע המשיק ושיפוע הישר AM הופכיים ונגדיים זה לזה:

$$m_{AM}\cdot m_{\text{משיק}}=-1$$

$$-1.5\cdot m_{\text{משיק}}=-1 \quad /\div(-1.5)$$

$$m_{\text{משיק}}=\frac{2}{3}$$

נציב את שיפוע המשיק ואת הנקודה $A(1\ ,\ 8)$ במשוואת הקו הישר:

$$y-8=\frac{2}{3}(x-1)$$

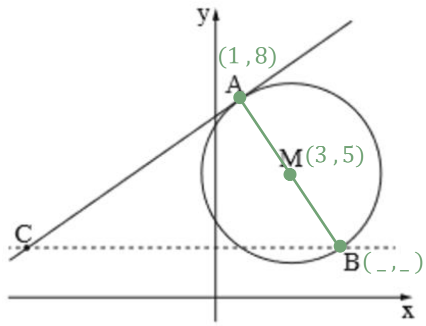
$$y-8=\frac{2}{3}x-\frac{2}{3} \quad /+8$$

$$y=\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}+8$$

$$y=\frac{2}{3}x+7\frac{1}{3}$$

תשובה:

מצאנו שמשוואת המשיק היא $y=\frac{2}{3}x+7\frac{1}{3}$



ג. לפי הנתונים AB הוא קוטר המעגל:

נקודה M היא אמצע הקוטר AB, ומחלקת אותו לשני רדיוסים השווים באורכם.
ניעזר בנוסחת אמצע קטע:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \rightarrow 3 = \frac{1 + x_B}{2} \rightarrow 6 = 1 + x_B \rightarrow x_B = 5$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \rightarrow 5 = \frac{8 + y_B}{2} \rightarrow 10 = 8 + y_B \rightarrow y_B = 2$$

תשובה:

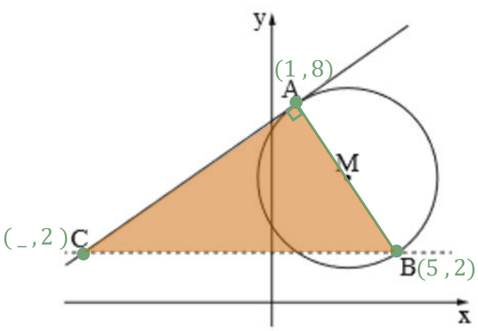
שיעורי הנקודה B: B(5 , 2)

ד. כדי למצוא את שטח משולש ABC נמצא את בסיס המשולש והגובה שלו ונציב בנוסחת שטח משולש.

נמצא תחילה את נקודה C. לפי הנתונים, ישר BC מקביל לציר ה-x ולכן שיעור ה-y של נקודה C הוא זהה לשיעור ה-y של הנקודה B, אותו מצאנו בסעיף הקודם:

$$y_C = y_B = 2$$

הנקודה C נמצאת על המשיק למעגל ולכן נציב $y = 2$ במשוואת המשיק:



$$2 = \frac{2}{3}x + 7\frac{1}{3} \quad /+7\frac{1}{3}$$

$$-5\frac{1}{3} = \frac{2}{3}x \quad /\div\frac{2}{3}$$

$$x = -8$$

שיעורי הנקודה C: $(-8 , 2)$

$$d_{AC} = \sqrt{(1-(-8))^2 + (8-2)^2} = \sqrt{(9)^2 + (6)^2} = \sqrt{81+36} = \sqrt{127}$$

כעת נמצא את גודל הגובה למשולש ואת גודל הבסיס:

מציאת הבסיס:

$$BC = x_B - x_C = 5 - (-8) = 13$$

מציאת גובה:

$$h = y_A - y_D = 8 - 2 = 6$$

נציב את הנתונים בנוסחת שטח משולש:

$$S_{ABC} = \frac{6 \cdot 13}{2} = 39$$

תשובה:

שטח המשולש הוא 39 יח"ר.

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

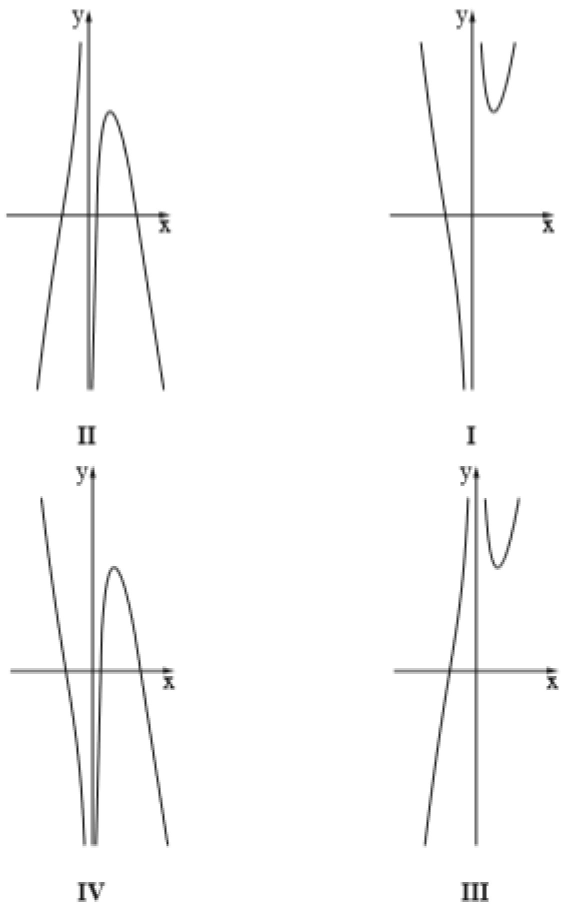
4. נתונה הפונקציה $f(x)=0.5x^2+\frac{8}{x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ג. האם הפונקציה $f(x)$ עולה או יורדת בנקודה שבה $x=-1$? נמק.

ד. לפניך ארבעה גרפים (I-IV). איזה מהם הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$? נמק.



פתרון:

א. הפונקציה מכילה שבר שבו ערך ה-x נמצא במכנה :

$$f(x)=0.5x^2+\frac{8}{x}$$

המכנה לא יכול להתאפס, ולכן תחום ההגדרה הוא $x\neq 0$.

תשובה :

תחום ההגדרה של הפונקציה הוא $x\neq 0$

ב. כדי למצוא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה נגזור את הפונקציה ולאחר מכן נשווה את הניגזרת ל-0 :

$$f(x)=0.5x^2+\frac{8}{x}$$

$$f'(x)=x-\frac{8}{x^2}$$

$$0=x-\frac{8}{x^2}\quad /+\frac{8}{x^2}$$

$$\frac{8}{x^2}=x\quad /\cdot x^2$$

$$8=x^3\quad /\sqrt[3]{}$$

$$x=2$$

נבנה טבלה ונציב את נקודת הקיצון החשודה ואת תחום ההגדרה :

x	$x=-1$	$x=0$	$x=1$	$x=2$	$x=3$
$f'(x)$	$-$		$-$	0	$+$
$f(x)$	↘		↘	MIN	↗

$$f'(-1)=-1-\frac{8}{(-1)^2}=-1-8=-9 \rightarrow f'(-1)<0$$

$$f'(1)=1-\frac{8}{(1)^2}=1-8=-7 \rightarrow f'(1)<0$$

$$f'(3)=1-\frac{8}{(3)^2}=1-\frac{8}{9}=\frac{1}{9} \rightarrow 0<f'(3)$$

קיבלנו $x=2$ נקודת מינימום. נמצא את שיעורי ה-y של נקודת המינימום :

$$f(2)=0.5\cdot 2^2+\frac{8}{2}=2+4=6$$

תשובה :

מצאנו שלפונקציה ישנה נקודת מינימום בנקודה $(2,6)$

ג. כדי למצוא האם הפונקציה יורדת בנקודה $x=-1$ עלינו לבדוק האם הנגזרת בנקודה זו שלילית :

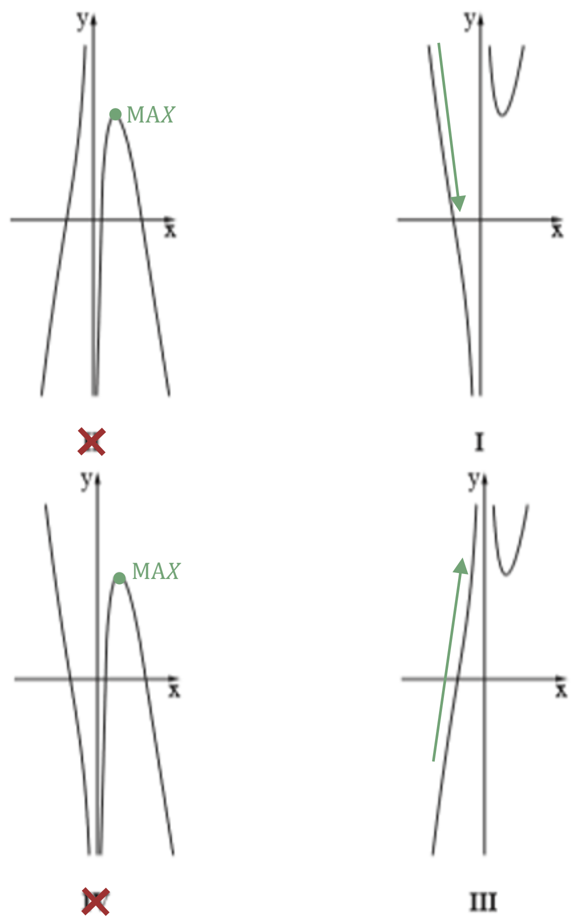
$$f'(-1)=-1-\frac{8}{(-1)^2}=-1-8=-9 \rightarrow f'(-1)<0$$

תשובה :

מצאנו שבהצבת הערך $x=-1$ הנגזרת שלילית, ולכן בנקודה זו הפונקציה יורדת

ד. בסעיפים הקודמים קיבלנו שנקודת הקיצון של הפונקציה היא $MIN(2,6)$ לכן נוכל לפסול את (2) ו-(4).

לפי הטבלה בסעיף ב' קיבלנו שהפונקציה יורדת עבור $x<0$



ולכן תשובה (1) נכונה.

תשובה:

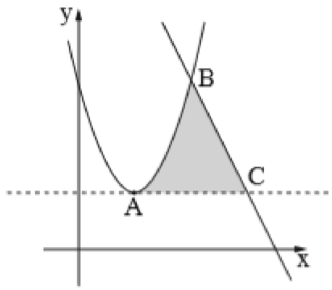
גרף הפונקציה $f(x)=0.5x^2+\frac{8}{x}$ הוא (1)

.5 בציור שלפניך מתוארים הגרפים

של הפונקציות $f(x)=x^2-4x+6$, $g(x)=-2x+14$.

שני הגרפים נחתכים בנקודה $B(4\,,6)$.

הנקודה A היא נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$.



א. מצא את שיעורי הנקודה A .

הישר $y=2$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A (הישר המקווקו בציור).

הישר המשיק חותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה C (ראה ציור).

ב. מצא את שיעורי הנקודה C .

ג. מצא את השטח האפור בציור, המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ועל ידי הישר $y=2$.

פתרון:

א. בסעיף זה התבקשנו לחשב את נקודת המינימום של הפונקציה. נגזור את הפונקציה ולאחר מכן נשווה את הנגזרת ל-0:

$$f(x)=x^2-4x+6$$
$$f'(x)=2x-4$$
$$0=2x-4 \quad /+4$$
$$4=2x \quad /\div 2$$
$$x=2$$

נבנה טבלה ונציב את נקודת הקיצון החשודה:

x	$x=0$	$x=2$	$x=3$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	MIN	↗

$$f'(0)=2\cdot 0-4=-4 \rightarrow f'(0)<0$$

$$f'(3)=2\cdot 3-4=\ 2 \rightarrow 0<f'(3)$$

מצאנו שב- $x=2$ יש נקודת מינימום. נמצא את שיעור ה- y של נקודת המינימום:

$$f(2)=2^2-4\cdot 2+6=2$$

תשובה:

שיעורי הנקודה A: $A(2\,,2)$ נקודת מינימום

ב. המשיק בנקודה A מקביל לציר ה-x ולכן לנקודה C ולנקודה A אותו שיעור y:

$$y_A = y_C = 2$$

נקודה C נמצאת על הישר $g(x)$ לכן נציב במשוואה $y = 2$:

$$2 = -2x + 14 \quad /+2x$$

$$2 + 2x = 14 \quad /-2$$

$$2x = 12 \quad /\div 2$$

$$x = 6$$

תשובה:

שיעורי הנקודה C: $C(6\,,2)$ נקודת מינימום

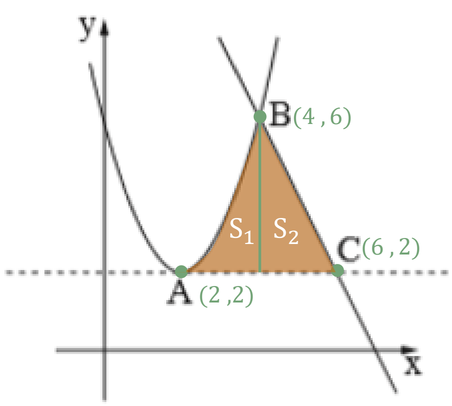
ג. נחלק את השטח האפור לשני שטחים $S_1\,,S_2$:

מציאת שטח S_1:

פונקציה עליונה ← $f(x) = x^2 - 4x + 6$

פונקציה תחתונה ← $y = 2$

הפרש בין עליונה לתחתונה ← $x^2 - 4x + 6 - 2 = x^2 - 4x + 4$



הנקודות A ו-B אותן חישבנו בסעיפים הקודמים תוחמות את השטח S_1 ולכן נשתמש בשיעורי ה-x שלהן בחישוב האינטגרל:

$$S_1 = \int_2^4 (x^2 - 4x + 4)\,dx = \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x\right]_2^4 =$$

$$\left(\frac{4^3}{3} - 2\cdot 4^2 + 4\cdot 4\right) - \left(\frac{2^3}{3} - 2\cdot 2^2 + 4\cdot 2\right) = 5\frac{1}{3} - 2\frac{1}{3} = 2\frac{2}{3}$$

מציאת שטח S_2:

פונקציה עליונה ← $g(x) = -2x + 14$

פונקציה תחתונה ← $y = 2$

הפרש בין עליונה לתחתונה ← $-2x + 14 - 2 = -2x + 12$

הנקודות B ו-C אותן חישבנו בסעיפים הקודמים תוחמות את השטח S_2 ולכן נשתמש בשיעורי ה-x שלהן בחישוב האינטגרל:

$$S_2 = \int_4^6 (-2x+12)\,dx = [-x^2+12x]_4^6 =$$

$$(-6^2+12\cdot 6)-(-4^2+12\cdot 4) = 36-32 = 4$$

כעת נחבר את השטחים:

$$S_1 + S_2 = S$$

$$2\frac{2}{3} + 4 = 6\frac{2}{3}$$

תשובה:

גודלו של השטח האפור הוא $6\frac{2}{3}$ יח״ר

6. בציור שלפניך מתוארים שני גרפים שמשוואותיהם הן:

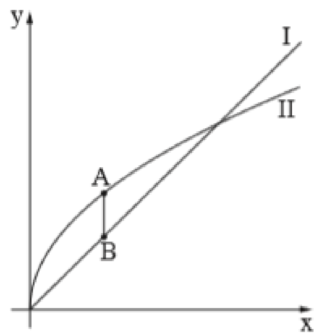
I. $y = x$

II. $y = \sqrt{x}$

הנקודה A נמצאת על גרף II, והנקודה B נמצאת על גרף I

כך שהקטע AB מקביל לציר ה־ y.

הנקודות A ו־ B נמצאות בין נקודות החיתוך של הגרפים, כמתואר בציור.

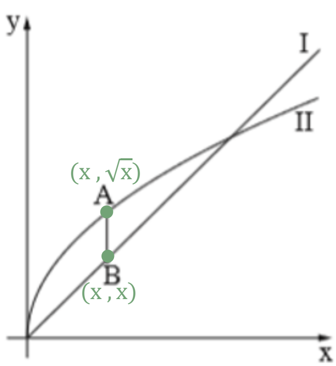


א. מצא את שיעור ה־ x של הנקודה A שבעבורו אורך הקטע AB הוא מקסימלי.

ב. חשב את האורך המקסימלי של הקטע AB.

פתרון:

א. בסעיף זה התבקשנו למצוא את שיעור ה-x עבורו הקטע AB מקסימאלי ולכן נביע תחילה את אורך AB.



נקודה *A*:

נסמן את שיעור ה-x של הנקודה ב-x. נקודה A נמצאת על הפונקציה II: $y = \sqrt{x}$, ולכן נקודה A היא $A(x , \sqrt{x})$.

נקודה B:

נתון שהישר AB מקביל לציר ה-y. מכך נובע שלנקודה A ולנקודה B אותו שיעור x.

נקודה B נמצאת על הישר $y = x$ ולכן $B(x , x)$.

אורך AB הוא המרחק מנקודה A לנקודה B. כפי שאמרנו הישר AB מקביל לציר ה-y ולכן ניתן לחשב את אורכו בעזרת חיסור שיעורי ה-y של נקודות A ו-B:

$$AB \rightarrow y_A - y_B = \sqrt{x} - x$$

לכן הפונקציה המבטאת את אורכו של AB היא:

$$f(x) = \sqrt{x} - x$$

התבקשנו לחשב את ה-x עבורו הקטע **מקסימלי**. לכן ניגזור את הפונקציה ולאחר מכן נשווה את הנגזרת ל-0:

$$f(x) = \sqrt{x} - x$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1$$

נשווה את הנגזרת ל-0:

$$0 = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1 \quad /+1$$

$$1 = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad / \cdot 2\sqrt{x}$$

$$1 = 2\sqrt{x} \quad /\div 2$$

$$\frac{1}{2} = \sqrt{x} \quad /x^2$$

$$x = \frac{1}{4}$$

נציב את נקודת הקיצון החשודה בטבלה:

הערה: נציב בטבלה גם את תחום ההגדרה של הפונקציה: $x \geq 0$.

x	$x = 0$	$x = \frac{1}{8}$	$x = \frac{1}{4}$	$x = 1$
$f'(x)$		$+$	0	$-$
$f(x)$		↗	MAX	↘

$$f'\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{8}}} - 1 = 1 \rightarrow 0 < f'\left(\frac{1}{8}\right)$$

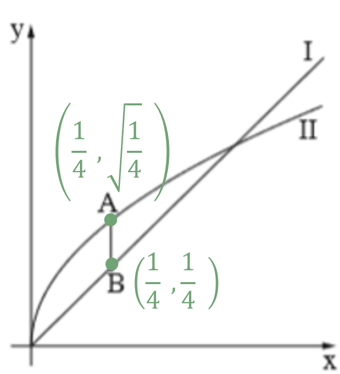
$$f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} - 1 = -\frac{1}{2} \rightarrow f'(1) < 0$$

תשובה:

שיעור ה-x עבור אורך AB מינימאלי הוא $x = \frac{1}{4}$

ב. מצאנו שב- $x = \frac{1}{4}$ יש נקודת מקסימום. נציב $x = \frac{1}{4}$ בפונקציית אורך הקטע AB

$f(x) = \sqrt{x} - x$ ונמצא את האורך המקסימאלי:



$$f\left(\frac{1}{4}\right) = \sqrt{\frac{1}{4}} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

תשובה:

האורך המקסימאלי הוא $\frac{1}{4}$ יחידות