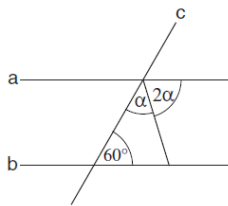


מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(4)	(3)	(3)	(3)	(2)	(2)	(4)	(2)	(2)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(2)	(1)	(2)	(4)	(3)	(1)	(4)	(1)	(4)

הסברים



שאלות ובעיות (שאלות 1-16)

1. השאלה: בסרטוט שלושה ישרים: a, b, c .

נתון: $a \parallel b$

על פי נתון זה והנתונים שבסרטוט,

$\alpha = ?$

פתרון: לפנינו ישרים מקבילים.

לגבי זוויות בין ישרים מקבילים למדנו כי יש זוויות מתאימות וזוויות Z .

זווית ה- Z לזווית בת 60° צמודה לזוויות α ו- 2α .

סכום זוויות על גבי קו ישר שווה ל- 180° , ומכאן שסכום שלוש הזוויות שווה ל- 180° , ולכן ניתן לבנות

את המשוואה הבאה: $(2\alpha + \alpha) + 60^\circ = 180^\circ$.

נפתח סוגריים, ונקבל: $(2\alpha + \alpha) + 60^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow 3\alpha + 60^\circ = 180^\circ$.

נחסר 60° משני צדי המשוואה, ונקבל: $3\alpha + 60^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow 3\alpha = 120^\circ$.

נחלק את שני צדי המשוואה ב-3, ונקבל: $3\alpha = 120^\circ \Leftrightarrow \alpha = 40^\circ$.

תשובה (4).

2.

השאלה: a ו-b הם שני מספרים חיוביים, שלמים ועוקבים.

$$5(a + b) = 10a + b$$

$$a = ?$$

פתרון: בשאלה שלפנינו נתונה משוואה הניתנת לפישוט. לפיכך, נתחיל בפישוט המשוואה.

$$5(a + b) = 10a + b \Leftrightarrow 5a + 5b = 10a + b$$

$$5a + 5b = 10a + b \Leftrightarrow 4b = 5a$$

לאחר שפישטנו את המשוואה נוכל לבחור בין שתי דרכי פתרון:

דרך א': בדיקת תשובות

בשאלה זו נשאלנו על גודל מסוים (a) ובתשובות המוצעות מופיעים מספרים נוחים. על כן, נוכל להציב את המספרים שבתשובות במקום a, ולמצוא בעזרתם את ערכו של b. לאחר מכן נבדוק שהתוצאה שקיבלנו תואמת את נתוני השאלה: a ו-b הם מספרים חיוביים, שלמים ועוקבים.

תשובה (1): 6. נציב כי $a = 6$ במשוואה שפישטנו, ונקבל: $4b = 5a \Leftrightarrow 4b = 5 \cdot 6 \Leftrightarrow 4b = 30$

$$4b = 30 \Leftrightarrow b = 7\frac{1}{2}$$

נתון כי b הוא מספר שלם, מכיוון שבבדיקת תשובה זו מצאנו שהוא אינו שלם, התשובה נפסלת.

תשובה (2): 2. נציב כי $a = 2$, ונקבל: $4b = 5a \Leftrightarrow 4b = 5 \cdot 2 \Leftrightarrow 4b = 10$

$$4b = 10 \Leftrightarrow b = 2\frac{1}{2}$$

נתון כי b הוא מספר שלם, מכיוון שבבדיקת תשובה זו מצאנו שהוא אינו שלם, מכאן שהתשובה נפסלת.

תשובה (3): 3. נציב כי $a = 3$, ונקבל: $4b = 5a \Leftrightarrow 4b = 5 \cdot 3 \Leftrightarrow 4b = 15$

$$4b = 15 \Leftrightarrow b = 3\frac{3}{4}$$

נתון כי b הוא מספר שלם, מכיוון שבבדיקת תשובה זו מצאנו שהוא אינו שלם, מכאן שהתשובה נפסלת.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות ניתן לסמן את תשובה (4) כתשובה נכונה מבלי לבדוק אותה. אולם לשם השלמת ההסבר נבדוק גם אותה:

תשובה (4): 4. נציב כי $a = 4$, ונקבל: $4b = 5a \Leftrightarrow 4b = 5 \cdot 4 \Leftrightarrow 4b = 20$

$$4b = 20 \Leftrightarrow b = 5$$

קיבלנו ש-b הוא מספר שלם וחיובי, כפי שנתון בשאלה. כמו כן, קיבלנו ש-a ו-b הם מספרים עוקבים ($a = 4, b = 5$). לפיכך זו התשובה הנכונה.

דרך ב': פישוט אלגברי

נמשיך את פתרון השאלה מהמשוואה אותה פישטנו בתחילה: $4b = 5a$

ניתן לראות כי בכל אגף של המשוואה מופיעה מכפלה של נעלם ומספר. שוויון בין שני אגפי המשוואה משמעותו ששתי המכפלות, הנמצאות משני צדי המשוואה, שוות אחת לשנייה.

במשוואות מסוג זה נוכל להציב בכל נעלם את המספר שמופיע בצידה השני, כך המשוואה תתקיים

כאשר $a = 4$ ו- $b = 5$, שכן במצב כזה נקבל מכפלה זהה משני צדי המשוואה:

$$4b = 5a \Leftrightarrow 4 \cdot 5 = 5 \cdot 4 \Leftrightarrow 20 = 20$$

מצאנו כי המשוואה מתקיימת כאשר $a = 4$ ו- $b = 5$, וכעת נוודא כי שאר נתוני השאלה מתקיימים גם

הם. נתון כי a ו-b הם מספרים חיוביים, שלמים ועוקבים. אכן מצאנו כי a ו-b הם מספרים חיוביים,

שלמים ועוקבים ולפיכך מצאנו כי: $a = 4$ ו- $b = 5$.

תשובה (4).



3. **השאלה:** בכיתה x תלמידים. $\frac{1}{2}$ מהתלמידים בכיתה הם בנים.

$\frac{2}{3}$ מהתלמידים בכיתה (בנים או בנות) הם דוברי סינית.

מה, לכל הפחות, מספר הבנים דוברי הסינית בכיתה?

פתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

לא נשאלנו על ערכו של x ולכן נוכל להציב במקומו מספר. ידוע כי מחצית מתלמידי הכיתה הם בנים, ו- $\frac{2}{3}$ מהתלמידים דוברי סינית. לכן, כדי שנעבוד עם מספרים שלמים בלבד, נחפש מספר עבור x שמתחלק גם ב-2 וגם ב-3. נציב את המספר 6 בתור מספר תלמידי הכיתה, כלומר $x = 6$.

ראשית, נמצא את מספר הבנים ומספר דוברי הסינית בעזרת המספר שהצבנו:

$$\left(\frac{1}{2} \cdot x = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3 \right) \text{ ידוע כי מחצית מתלמידי הכיתה הם בנים, ומכאן שיש 3 בנים בכיתה}$$

בנוסף, נתון כי $\frac{2}{3}$ מתלמידי הכיתה דוברי סינית, ומכאן ש-4 מתלמידי הכיתה (בנים או בנות) דוברי

$$\text{סינית} \left(\frac{2}{3} \cdot x = \frac{2}{3} \cdot 6 = \frac{12}{3} = 4 \right)$$

לסיכום: הצבנו כי בכיתה יש 6 תלמידים, ומצאנו כי בכיתה זו יש 3 בנים ו-4 תלמידים (בנים או בנות) שמדברים סינית. זו שאלת טווחים ובה עלינו למצוא את המספר המינימלי של הבנים דוברי הסינית. בכיתה זו יש בסך הכול 7 תלמידים שהם בנים ודוברי סינית ($3 + 4 = 7$), אך יש רק 6 תלמידים בכיתה. לפיכך, לפחות תלמיד אחד בכיתה הוא בן הדובר סינית ($7 - 6 = 1$).

תזכורת: כדי למצוא את החפיפה המינימלית יש להחסיר מסכום התכונות (במקרה זה את מספר דוברי הסינית ומספר הבנים), את השלם (במקרה זה את סך כול התלמידים בכיתה).

לסיכום, מצאנו כי כאשר $x = 6$ יש בכיתה לכל הפחות בן אחד הדובר הסינית. כעת נעבור על התשובות המוצעות, נציב בהן כי $x = 6$ ונמצא כי רק בתשובה (3) נקבל כי מספר הבנים דוברי הסינית הוא 1.

דרך ב': פישוט אלגברי

ידוע כי מחצית מהתלמידים בכיתה הם בנים, כאשר יש x תלמידים בכיתה.

$$\text{מכאן שיש } \frac{x}{2} \text{ בנים בכיתה} \left(\frac{1}{2} \cdot x = \right)$$

בנוסף, ידוע כי $\frac{2}{3}$ מהתלמידים בכיתה דוברי סינית, ומכאן ש- $\frac{2x}{3}$ מהתלמידים דוברי סינית $\left(\frac{2}{3} \cdot x = \right)$.

זו שאלת טווחים. כדי למצוא את המספר המינימלי של הבנים דוברי הסינית עלינו לחבר את מספר הבנים ומספר דוברי הסינית, ומהם לחסר את סך כול התלמידים בכיתה.

$$\text{מכאן שהמספר הקטן ביותר של בנים דוברי סינית שווה ל: } \frac{x}{2} + \frac{2x}{3} - x$$

$$\text{נמצא מכנה משותף: } \frac{x}{2} + \frac{2x}{3} - x \Leftrightarrow \frac{3x}{6} + \frac{4x}{6} - \frac{6x}{6}$$

$$\text{נפשט את הביטוי: } \frac{3x}{6} + \frac{4x}{6} - \frac{6x}{6} \Leftrightarrow \frac{3x + 4x - 6x}{6} \Leftrightarrow \frac{x}{6}$$

תשובה (3).

4. **השאלה:** נתון : $a = 2b$ ($a \neq 0$)

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - b^2} = ?$$

פתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

לא נשאלנו על ערכם של a ו- b ולפיכך נוכל להחליפם במספרים. נשים לב כי נתון ש- $a = 2b$ ועל כן עלינו להציב מספרים המקיים נתון זה. נציב למשל כי $a = 2$ ו- $b = 1$ בביטוי עליו נשאלנו, ונקבל:

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - b^2} \Leftrightarrow \frac{2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 1 + 1^2}{2^2 - 1^2} \Leftrightarrow \frac{4 + 4 + 1}{4 - 1} \Leftrightarrow \frac{9}{3} \Leftrightarrow 3.$$

מצאנו כי כאשר $a = 2$ ו- $b = 1$ ערכו של הביטוי שווה ל-3. התשובות המוצעות הן תשובות מספריות, ועל כן רק תשובה (3) מתאימה, ולכן היא התשובה הנכונה.

דרך ב': פישוט אלגברי

עלינו לפשט את הביטוי הנתון בעזרת צמצום. ניתן לראות כי גם במונה וגם במכנה של הביטוי מופיעות נוסחאות הכפל המקוצר בצורתן 'הפתוחה'. מכיוון שלא ניתן לצמצם שבר שאין במונה ובמכנה שלו פעולות כפל, נשתמש בנוסחאות הכפל המקוצר על מנת ליצור סוגריים:

על פי נוסחת הכפל המקוצר הראשונה: $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$, ומכאן ש:

$$\frac{(a + b)^2}{a^2 - b^2} \Leftrightarrow \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - b^2}$$

על פי נוסחת הכפל המקוצר השלישית $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, ומכאן ש:

$$\frac{(a + b)^2}{(a + b)(a - b)} \Leftrightarrow \frac{(a + b)^2}{a^2 - b^2}$$

$$\frac{(a + b)}{(a - b)} \Leftrightarrow \frac{(a + b)^2}{(a + b)(a - b)} \quad \text{כעת נחלק } (a + b) \text{ מהמונה ומהמכנה:}$$

ידוע כי $a = 2b$, ולכן נציב זאת בביטוי המצומצם שקיבלנו:

$$\frac{(a + b)}{(a - b)} \Leftrightarrow \frac{(2b + b)}{(2b - b)} \Leftrightarrow \frac{3b}{b} \Leftrightarrow 3.$$

תשובה (3).



5. **השאלה:** m ו- p הם מספרים ראשוניים.

נתון: $m < p$

$$x = \frac{p}{m}$$

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

פתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

לא נשאלנו על ערכם של p ו- m ועל כן נוכל להחליפם במספרים. ידוע כי p ו- m הם מספרים ראשוניים שונים זה מזה, ובנוסף ידוע כי $m < p$.

לכן, נציב למשל כי $m = 2$ ו- $p = 3$, ונקבל: $x = \frac{p}{m} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.

כעת נעבור על התשובות המוצעות:

תשובה (1): x מספר ראשוני.

מצאנו כי $x = \frac{3}{2}$. מספר ראשוני הוא בהכרח מספר שלם, ולפיכך x אינו מספר ראשוני,

ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (2): x מספר אי-זוגי.

מצאנו כי $x = \frac{3}{2}$. מספר אי-זוגי הוא בהכרח מספר שלם ולפיכך x אינו מספר אי-זוגי,

ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (3): x מספר לא שלם.

מצאנו כי $x = \frac{3}{2}$ ולפיכך x הוא אכן מספר לא שלם, ולכן לא ניתן לפסול את התשובה

בשלב זה.

תשובה (4): אף אחת מהטענות הנ"ל אינה נכונה בהכרח.

תשובה מסוג זה נוכל לסמן רק לאחר פסילת 3 תשובות, ועל כן לא נוכל לסמן או לפסול

תשובה זו בשלב זה.

כעת, על מנת שנוכל לפסול תשובה נוספת עלינו להציב מספרים אחרים. נציב למשל כי $m = 3$ ו- $p = 5$

ונמצא כי: $x = \frac{p}{m} \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$.

גם כעת תשובה (3) נכונה, שכן קיבלנו כי x אינו שלם, ועל כן נסמן את תשובה (3) כתשובה נכונה.

הערה: בשאלות בהן מופיע תשובה לפיה "אף תשובה אינה נכונה" יש להציב לפחות פעמיים כדי להוכיח

כי התשובה שיצאה נכונה אכן נכונה תמיד. אם בהצבה נוספת הינו מקבלים כי x הוא מספר שלם הרי

שתשובה (4) הייתה התשובה הנכונה. עם זאת, בשאלות מסוג זה עדיף להבין מדוע תשובה (3) נכונה,

שכן לא תמיד נדע מתי הצבנו מספיק פעמים כדי להבטיח שהתשובה שמצאנו שהיא נכונה אכן נכונה

בהכרח. על כן מומלץ לקרוא גם את הפתרון האלגברי לשאלה זו.

דוגמה ב': הבנה אלגברית

על פי הנתונים, x הוא שבר המורכב משני מספרים ראשוניים **שונים**. נתבקשנו למצוא איזו תכונה נכונה בהכרח עבור מנה של שני מספרים ראשוניים שונים. מספרים ראשוניים בהגדרה הם מספרים שמתחלקים רק בעצמם וב-1, ולכן p מתחלק רק בעצמו וב-1, ומכאן שהוא בהכרח אינו מתחלק ב- m . מכאן ש- x שהוא תוצאת החלוקה של p ב- m בהכרח אינו מספר שלם.

תשובה (3).

6. השאלה: שטחו של שדה חיטה הוא 1,800 דונם. שטחו של שדה החיטה הוא 120% משטחו של שדה כותנה.

מה שטחו של שדה הכותנה (בדונם)?

פתרון: דוגמה א': בדיקת תשובות

בשאלה זו נשאלנו על גורם מסוים (שטחו של שדה כותנה) ובתשובות מוצעים מספרים נוחים. לפיכך נוכל לבדוק את התשובות המוצעות. מומלץ להתחיל תמיד מבדיקת תשובה 'נוחה' או תשובה 'אמצעית'. למי שיוודע כי 20% הם חמישית, כדאי להתחיל בבדיקת תשובות שטבעי יותר לראות כיצד הן מתחלקות ב-5. למשל, במקרה שלפנינו אמנם כל התשובות מתחלקות ללא שארית ב-5, אולם 15 ו-20 הם מספרים שמתחלקים ב-5, ואילו 12 ו-16 אינם מתחלקים ב-5. לכן נעדיף להתחיל מבדיקת תשובות (2) ו-(4), ונבדוק לגבי כל אחת מהן האם 120% מהתשובה המוצעת שווה ל-1,800 דונם:

תשובה (2): 1,500. אם שטחו של שדה כותנה הוא 1,500 דונם, הרי ששטחו של שדה החיטה הוא 1,800 דונם $\left(120 \cdot 15 = \frac{120}{100} \cdot 1,500\right)$. קיבלנו כי שטחו של שדה חיטה הוא 1,800 דונם, ועל כן זו התשובה הנכונה.

דוגמה ב': ריבוע יחסים

זוהי שאלת אחוזים בה עלינו למצוא את גודלו של שדה כותנה. על פי נתוני השאלה שטחו של שדה חיטה מהווה 120% משטחו של שדה כותנה. לפיכך השלם, כלומר ה-100%, הוא שדה הכותנה. נבנה ריבוע יחסים בעזרת נתוני השאלה, כאשר נגדיר את גודלו של שדה הכותנה (בדונם) בתור x :

שטח (דונם)	אחוזים
1,800	120%
x	100%

היחס בכל שורה שווה זה לזה ומכאן נוכל לבנות את המשוואה: $\frac{1,800}{120} = \frac{x}{100}$. נכפול את שני צדי המשוואה ב- $(120 \cdot 100)$, ונקבל: $\frac{1,800}{120} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow 1,800 \cdot 100 = x \cdot 120$. נחלק את שני צדי המשוואה ב-120, ונקבל: $1,800 \cdot 100 = x \cdot 120 \Leftrightarrow \frac{1,800 \cdot 100}{120} = x$.

נצמצם את הביטוי שהתקבל, ונקבל כי $x = 1,500$.

$$\left(\frac{1,800 \cdot 100}{120} = \frac{60 \cdot 180 \cdot 100}{12 \cdot 10} = \frac{15 \cdot 60 \cdot 100}{4 \cdot 1} = 15 \cdot 100 =\right)$$

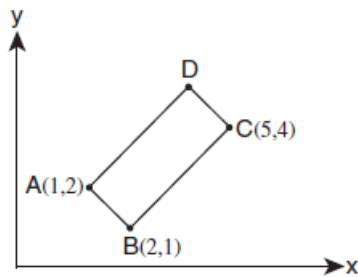
תשובה (2).

7.

השאלה: במערכת הצירים שלפניכם ABCD הוא מלבן.

על פי נתון זה והנתונים שבסרטוט, מהם ערכי הנקודה D?

פתרון: סימטריה



לפנינו מלבן במערכת צירים. מלבן הוא צורה סימטרית, ולכן ניעזר במידע על הקשר בין נקודות A ו-B כדי להבין את הקשר בין הנקודות C ל-D, על מנת למצוא את ערכי הנקודה D.

נתבונן על ציר ה-x: ערך ה-x של הנקודה A קטן ב-1 מערך ה-x של נקודה B. במלבן הצלעות הנגדיות מקבילות ושוות, ולכן נוכל להסיק כי מתקיים קשר דומה בין ערכי ה-x של הנקודות C ו-D. לפיכך ערך ה-x של נקודה D אף הוא קטן ב-1 מערך ה-x של נקודה C, ומכאן שערכה של הנקודה D הוא $4 - 1 = 3$. כעת ניתן לפסול את תשובות (1) ו-(4).

על פי אותו עיקרון, ניתן לראות כי ערך ה-y של נקודה A גדול ב-1 מערך ה-y של נקודה B. לפיכך נוכל לקבוע כי גם ערך ה-y של נקודה D גדול ב-1 מערך ה-y של נקודה C. מכאן שערך ה-y של נקודה D הוא $4 + 1 = 5$.

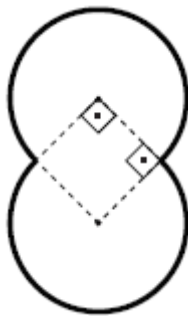
לסיכום: מצאנו כי ערכי הנקודה D הם $(4, 5)$.

תשובה (2).

8.

השאלה: שני מעגלים שרדיוסם 3 ס"מ הונחו זה על גבי זה ויצרו את הצורה שבסרטוט. הקווים המחברים בין מרכזי המעגלים לנקודות החיתוך של המעגלים יוצרים ריבוע (הקווים המקווקווים בסרטוט).

מה היקף הצורה (הקו המודגש)?



פתרון: הקו המודגש, אותו עלינו למצוא, הוא למעשה סכום של אורכי 2 קשתות בשני מעגלים חופפים.

נתבונן במעגל העליון:

הקשת המודגשת במעגל זה היא חלק מתוך היקף המעגל המלא. על פי הסרטוט, הזווית המרכזית של החלק שנותר מהיקף המעגל שווה ל- 90° . לפיכך, הזווית המרכזית של הקשת המבוקשת שווה ל- $270^\circ (= 360^\circ - 90^\circ)$. במעגל, היחס בין הזווית המרכזית הנשענת על קשת לבין שווה ליחס בין אורך הקשת לבין אורכו של היקף המעגל. לפיכך, הקשת המודגשת במעגל

$$\frac{270^\circ}{360^\circ} = \frac{3}{4} \text{ מהיקף המעגל}$$

באמצעות נוסחת היקף מעגל $(2R\pi)$, נמצא כי אורך הקשת המודגשת במעגל העליון שווה ל-

$$\frac{3}{4} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \pi$$

נתון כי הצורה המקווקוית שבסרטוט היא ריבוע. מכאן שגם במעגל התחתון הזווית המרכזית הנשענת על הקשת המודגשת שווה ל- $270^\circ (= 360^\circ - 90^\circ)$.

לפי הנתון רדיוסם של המעגלים זהה, ולכן המעגלים שבסרטוט חופפים. מכאן שאורכה של הקשת המודגשת במעגל התחתון זהה לאורך הקשת המודגשת במעגל העליון.

מצאנו כי היקף הצורה שווה לפעמיים אורך הקשת המודגשת במעגל העליון, כלומר:

$$2 \cdot \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \pi$$

$$\text{נפשט את הביטוי: } 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \pi = 9\pi$$

תשובה (4).



9. **השאלה:** לכל שלושה מספרים a, b ו- c הוגדרה הפעולה $\$(a, b, c) = a^3 b^2 c$ כך:

$$\frac{\$(3, 2, 1)}{\$(1, 2, 3)} = ?$$

פתרון: עלינו לחשב את ערכו של ביטוי הכולל פעולות מומצאות. כדי לחשב את ערכה של פעולה מומצאת, עלינו להציב את הערכים המספריים שבסוגריים במקום הנעלמים שבפעולה הנתונה.

$$\$(1, 2, 3) = 1^3 \cdot 2^2 \cdot 3 \quad \text{ו} \quad \$(3, 2, 1) = 3^3 \cdot 2^2 \cdot 1$$

$$\frac{\$(3, 2, 1)}{\$(1, 2, 3)} = \frac{3^3 \cdot 2^2 \cdot 1}{1^3 \cdot 2^2 \cdot 3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3^2 \cdot 1}{1^3} = \frac{3^3 \cdot 2^2 \cdot 1}{1^3 \cdot 2^2 \cdot 3} \quad \text{ונקבל: } 9 \Leftrightarrow \frac{3^2 \cdot 1}{1^3}$$

תשובה (2).

10. **השאלה:** נתון: $x^2 = 9,949$, $0 < x$

איזה מהאי-שוויונות הבאים נכון?

פתרון: הערכת סדר גודל

זוהי שאלה בה בבירור נדרש שימוש במחשבון. יחד עם זאת, בבחינה לא ניתן לעשות שימוש במחשבון. בנוסף, ניתן לראות שלפי התשובות המוצעות עלינו למצוא את הטווח בו x נמצא. לפיכך איננו באמת צריכים למצוא את ערכו של x , אלא רק למצוא לכמה הוא שווה בקירוב. x הוא השורש הריבועי החיובי של המספר 9,949. כאמור, ללא מחשבון לא נוכל למצוא את השורש הריבועי של 9,949, ועל כן נמצא את המספר הקרוב ביותר למספר זה שאת השורש הריבועי שלו אנו יכולים לחשב. למשל, המספר 10,000 קרוב מאוד למספר 9,949 ושורש הריבועי שלו שווה ל-100.

$$(\sqrt{10,000} = 100)$$

המספר 9,949 מעט קטן יותר מ-10,000, ולכן ניתן להסיק מכך שהשורש הריבועי של 9,949 יהיה מעט קטן יותר מהשורש הריבועי של 10,000, כלומר מעט קטן יותר מ-100. כעת ניתן לראות כי הטווחים בתשובות (1), (3) ו-(4) גדולים מאוד או קטנים מאוד מ-100 ולפיכך תשובה (2) היא התשובה הנכונה.

אפשרות נוספת לפתור את השאלה היא על ידי שימוש בתשובות. בתשובות מציעים לנו את הטווח של x . לכן, נבחר את התשובה הנוחה ביותר לבדיקה ונראה האם הריבוע של x מתאים לזה הנתון.

תשובה (2) היא התשובה הנוחה ביותר לבדיקה. בתשובה זו נקבע כי x קטן מ-100. $100^2 = 10,000$

ולפיכך נוכל לקבוע כי על פי תשובה (2), $x^2 < 10,000$. המספר 9,949 אכן קטן מ-10,000 ועל כן

התשובה מתאימה, ולפיכך היא התשובה הנכונה.

תשובה (2).



11.

השאלה: מדען הכניס 5 חיידקים למבחנה.

ב-6 הימים שלאחר מכן גדל מספר החיידקים פי 7 בכל יום.

ב-4 הימים הבאים אחריהם, גדל מספר החיידקים פי 3 בכל יום.

בעקבות זאת, מספר החיידקים במבחנה אינו מתחלק ב-

פתרון: על מנת שנוכל לדעת במה מתחלק מספר החיידקים במבחנה, עלינו למצוא את מספר החיידקים במבחנה לאחר 10 הימים המתוארים.

נתון כי בהתחלה היו 5 חיידקים במבחנה. לאחר מכן מספרם גדל פי 7 במשך 6 ימים רצופים. לפיכך, ביום הראשון מספר החיידקים היה $5 \cdot 7$; ביום השני מספרם שוב הוכפל פי 7, ועל כן היה שווה ל- $5 \cdot 7 \cdot 7$; וביום השלישי היה מספר החיידקים שווה ל- $5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$, וכך הלאה. כך, לאחר 6 ימים היו במבחנה $5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$, או ברישום מקוצר: $5 \cdot 7^6$.

לאחר ששת הימים הראשונים, מספר החיידקים במבחנה גדל פי 3 בכל יום במשך 4 ימים רצופים. מצאנו כי לאחר 6 הימים הראשונים מספר החיידקים במבחנה היה שווה ל- $5 \cdot 7^6$. לכן, לאחר יום אחד בו גדל מספר החיידקים פי 3, מספר החיידקים היה שווה ל- $5 \cdot 7^6 \cdot 3$; לאחר היום השני הוא שווה ל- $5 \cdot 7^6 \cdot 3 \cdot 3$, וכך הלאה. כך שלאחר 4 הימים מספר החיידקים במבחנה שווה ל- $5 \cdot 7^6 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$, או ברישום מקוצר: $5 \cdot 7^6 \cdot 3^4$.

מצאנו את מספר החיידקים שבמבחנה. כעת עלינו למצוא באיזו מהמספרים שבתשובות המספר שמצאנו אינו מתחלק.

הביטוי שקיבלנו עבור מספר החיידקים במבחנה הוא מכפלה של גורמים ראשוניים. עם זאת, המספרים שבתשובות אינם כתובים באופן דומה. על כן, על מנת להקל את הפתרון, נפרק את המספרים שבתשובות למכפלה של גורמים ראשוניים:

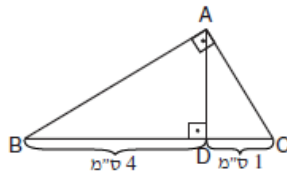
תשובה (1): 15. נפרק את 15 למכפלה של גורמים ראשוניים, ונקבל: $5 \cdot 3$. מספר מתחלק במספר אחר אם הוא כפולה של אותו מספר. כלומר, מספר החיידקים במבחנה יתחלק ב-15, אם מספר זה מופיע כמכפלה של מספר החיידקים. ניתן לראות כי בביטוי שקיבלנו עבור מספר החיידקים במבחנה מופיעה המכפלה $5 \cdot 3$. על כן מספר החיידקים במבחנה מתחלק ב-15. התשובה נפסלת.

תשובה (2): 21. נפרק את 21 למכפלה של גורמים ראשוניים, ונקבל: $7 \cdot 3 = 21$. ניתן לראות כי בביטוי שקיבלנו עבור מספר החיידקים במבחנה מופיעה המכפלה $7 \cdot 3$. על כן מספר החיידקים במבחנה מתחלק ב-21. התשובה נפסלת.

תשובה (3): 36. נפרק את 21 למכפלה של גורמים ראשוניים, ונקבל: $6 \cdot 6 = 36 \Leftrightarrow 36 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3$. ניתן לראות כי בביטוי שקיבלנו עבור מספר החיידקים במבחנה לא מופיעה מכפלה של 2 כלל. על כן מספר החיידקים במבחנה אינו מתחלק ב-36. זו התשובה הנכונה.

הערה: במבט ראשון על התשובות ניתן לראות כי בתשובה (3) מופיע מספר זוגי. מכיוון שמספר החיידקים הסופי שמצאנו הוא מכפלה של מספרים שכולם אי-זוגיים, לא ייתכן כי הוא מתחלק במספר זוגי. על כן תשובה (3) היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).



12. השאלה: בסרטוט שלפניכם משולש ABC.

D נקודה על הצלע BC.

על פי נתונים אלו והנתונים שבסרטוט,

AD=?

פתרון: עלינו למצוא את אורך הצלע AD. אין בידינו מספיק נתונים לגבי אורכן של הצלעות במשולשים השונים בכדי להשתמש במשפט פיתגורס. על כן, ניתן להניח כי עלינו להשתמש בדמיון משולשים כדי למצוא את אורכה של הצלע AD. נוכל לראות כי המשולשים ADB ו-ADC הם משולשים ישרי זווית. בנוסף, אם נגדיר $\angle ABD = \alpha$ אזי לפי סכום הזוויות במשולש ADB: $\angle BAD = 90^\circ - \alpha$. זווית $\angle BAC$ שווה ל- 90° . זווית $\angle DAC$ שווה לסכום הזוויות $\angle BAD$ ו- $\angle DAC$, ולפיכך $\angle DAC = \alpha$. $[90^\circ - (90^\circ - \alpha) =]$. נחזור ונתבונן במשולש ADC. במשולש זה מצאנו ש- $\angle DAC = \alpha$ ונתון ש- $\angle ADC = 90^\circ$. מכאן, לפי סכום הזוויות במשולש: $\angle ACD = 90^\circ - \alpha$. מצאנו שבמשולשים ADB ו-ADC כל הזוויות שוות, ולפיכך המשולשים דומים. הצלע AD, עליה נשאלנו, היא צלע משותפת במשולשים ADB ו-ADC. בנוסף, בשני המשולשים נתונה בסרטוט אורכה של צלע נוספת. על כן, נוכל לבנות ריבוע יחסים המתאר את היחס בין צלעות המשולשים. כזכור, במשולשים דומים היחס בין צלעות מתאימות זהה. במשולש ADC הצלע שאורכה שווה ל-1 ס"מ (DC) מונחת מול הזווית השווה ל- α . במשולש ADB הצלע AD מונחת מול הזווית השווה ל- α . מכאן שצלעות DC ו-AD הן צלעות מתאימות. כמו כן, הניצב AD במשולש ADC מונח מול הזווית השווה ל- $(90^\circ - \alpha)$. בנוסף, גם הניצב השווה באורכו ל-4 ס"מ (AB) במשולש ADB, לפיכך, הצלעות AB ו-AD הן צלעות מתאימות. מכאן נוכל לבנות את ריבוע היחסים הבא:

משולש ADB	משולש ADC
4	AD
AD	1

היחס בכל אחת מהשורות שווה זה לזה, ועל כן נוכל לבנות את המשוואה הבאה: $\frac{AD}{4} = \frac{1}{AD}$. נכפול את שני צדי המשוואה ב-4AD, ונקבל: $\frac{AD}{4} = \frac{1}{AD} \Leftrightarrow AD^2 = 4 \cdot 1 \Leftrightarrow AD^2 = 4 \Leftrightarrow AD = 2$. כעת ניתן להוציא שורש ריבוע משני האגפים, ונגיע ל: $AD = 2$.

תשובה (2).

הערה: ניתן לפתור את השאלה באמצעות בדיקת תשובות. להציב בכל פעם את התשובה ולמצוא את גודלן של כל הצלעות באמצעות משפט פיתגורס.

13.

השאלה: n הוא מספר שלם וחיובי.

שארית החלוקה של n ב-3 שונה מ-0 ושווה לשארית החלוקה של n ב-2.

שארית החלוקה של n ב-6 היא -

פתרון: לא נשאלנו על ערכו של n ולפיכך אנו יכולים להציב במקומו מספר. עלינו למצוא מספר אשר מקיים את כל נתוני השאלה. כלומר, עלינו לבחור מספר שאינו מתחלק ב-3, ושארית החלוקה שלו ב-3 שווה לשארית החלוקה שלו ב-2. נבדוק למשל מה קורה כאשר $n = 4$:

4 מתחלק ב-3 עם שארית 1, אולם 4 גם מתחלק ללא שארית ב-2. על כן ההצבה אינה מתאימה. נבדוק מה קורה כאשר $n = 5$:

5 מתחלק ב-3 עם שארית 2, אולם 5 מתחלק ב-2 עם שארית 1. שארית החלוקה של 5 ב-3 אינה שווה לשארית החלוקה של 5 ב-2. על כן ההצבה אינה מתאימה.

6 מתחלק ב-3 ללא שארית, ולפיכך נראה מה קורה כאשר $n = 7$:

7 מתחלק ב-3 עם שארית 1, ו-7 מתחלק ב-2 גם עם שארית 1.

כעת כשמצאנו מספר מתאים נענה על השאלה. הצבנו כי $n = 7$, ולפיכך שארית החלוקה של 7 ב-6 היא 1. כאשר נתבונן על התשובות המוצעות נוכל לראות שבכולן מופיעים מספרים. לפיכך תשובה (1) היא התשובה הנכונה.

הערה: נתון כי שארית החלוקה של n ב-2 שווה לשארית החלוקה של n ב-3. יש רק שארית אחת האפשרית מהחלוקה מ-2, והיא חייבת להיות 1. על ניתן מראש לחפש מספר ששארית החלוקה שלו ב-3 שווה ל-1.

תשובה (1).

14.

השאלה: ציפור אוספת חרקים לגוזליה בקצב קבוע של 54 חרקים בשעה וחצי. לציפור יש 2 גוזלים, וכל גוזל אוכל 20 חרקים בשעתיים (גם האכילה נעשית בקצב קבוע).

כמה חרקים יתווספו למלאי החרקים של הציפור אחרי 10 שעות של איסוף ואכילה?

פתרון: עלינו למצוא כמה חרקים יתווספו למלאי החרקים של הציפור כעבור 10 שעות. נתון כמה חרקים אוספת הציפור וכמה מהם נאכלים על ידי גוזליה. על כן, נמצא כמה חרקים אוספת הציפור ב-10 בשעות, ולאחר מכן נמצא כמה חרקים נאכלים על ידי גוזליה בזמן זה. לבסוף, נמצא כמה חרקים נותרו.

כדי למצוא כמה חרקים אוספת הציפור ב-10 שעות, נוכל להשתמש בריבוע יחסים. נתון כי הציפור אוספת 54 חרקים בשעה וחצי. נסמן את מספר החרקים שאוספת הציפור ב-10 שעות ב- x . מכאן ניתן לבנות את ריבוע היחסים הבא:

שעות	מספר חרקים
1.5	54
10	x

$$\Leftrightarrow \frac{54}{\frac{3}{2}} = \frac{x}{10} \Leftrightarrow \frac{54}{1.5} = \frac{x}{10}$$

היחס בכל שורה שווה זה לזה, ומכאן נוכל לבנות את המשוואה הבאה:

$$54 \cdot \frac{2}{3} = \frac{x}{10} \Leftrightarrow \frac{108}{3} = \frac{x}{10}$$

$$\Leftrightarrow \frac{108}{3} = \frac{x}{10} \Leftrightarrow 108 \cdot 10 = 3x$$

נכפול את שני צדי המשוואה ב-30, ונקבל:

$$\Leftrightarrow 108 \cdot 10 = 3x \Leftrightarrow \frac{108 \cdot 10}{3} = x \Leftrightarrow 36 \cdot 10 = x \Leftrightarrow 360 = x$$

לסיכום, מצאנו כי הציפור אוספת 360 חרקים ב-10 שעות.

כעת נמצא את מספר החרקים שאוכלים הגוזלים ב-10 שעות:

ידוע כי כל גוזל אוכל 20 חרקים בשעתיים, ועל כן ביחד הם אוכלים 40 חרקים בשעתיים ($20 \cdot 2$).

10 שעות הם פי 5 משעתיים, ולפיכך ב-10 שעות יאכלו הגוזלים פי 5 חרקים. מכאן שהגוזלים יאכלו ב-10 שעות 200 חרקים ($40 \cdot 5$).

מצאנו כי ב-10 שעות הציפור אוספת 360 חרקים וכי גוזליה אוכלים 200 חרקים. על כן, לאחר 10 שעות, יתווספו למלאי החרקים של הציפור 160 חרקים ($360 - 200$).

תשובה (2).

15. השאלה: אורך צלעו של מעוין a ס"מ. אם ידוע שאורך אחד מאלכסוניו שווה ל- a ס"מ, מה אורכו של האלכסון האחר (בס"מ)?

פתרון: זוהי שאלת גיאומטריה ללא סרטוט. על כן ראשית נסרטט מעוין כמתואר בשאלה. לאחר שסרטטנו את המעוין, נסרטט את האלכסון ששווה באורכו ל- a ס"מ. לאחר העברת האלכסון, נראה שקיבלנו שני משולשים שווי צלעות. כעת נעביר את האלכסון האחר, זה שעלינו למצוא.

נתבונן על אחד מהמשולשים שווי הצלעות שנוצרו: הורדת גובה במשולש שווה צלעות מחלקת את המשולש לשני משולשי זהב חופפים. מכיוון שאלכסוני המעוין מאונכים זה לזה, הרי שכעת קיבלנו 4 משולשי זהב. במשולשים אלה, הניצב הגדול שווה למחצית מאורכו של האלכסון האחר במעוין. על כן, נחפש את אורכו של ניצב זה. נתמקד במשולש זהב אחד:

היתר במשולש הזהב שהתקבל שווה לצלע המעוין. ידוע כי אורך צלע המעוין שווה ל- a ס"מ, ולכן גם אורך היתר במשולש הזהב גם שווה ל- a ס"מ. במשולש זהב אורכו של הניצב הקטן שווה למחצית אורך היתר. לפיכך אורך הניצב הקטן שווה ל- $\frac{a}{2}$ ס"מ. במשולש זהב אורך הניצב הגדול גדול פי $\sqrt{3}$ מאורך הניצב הקטן. מכאן שאורך הניצב הגדול שווה ל- $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ ס"מ.

כאמור, הניצב הגדול במשולש הזהב שווה למחצית מהאלכסון השני במעוין. לפיכך אורך האלכסון השני במעוין שווה ל- $a\sqrt{3}$ ס"מ $\left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \right)$.

תשובה (4).

16. השאלה: צילי בוחרת באקראי מספר בין 1 ל-12 וגילי בוחרת באקראי מספר בין 1 ל-6.

מה הסיכוי ששתיהן יבחרו באותו מספר?

פתרון: זוהי שאלת הסתברות. בשאלה נתונים שני אירועים - האירוע בו צילי בוחרת מספר והאירוע בו גילי בוחרת מספר. בשאלות הסתברות עם מספר אירועים נוכל לחשב את הסיכוי בעזרת אחת משתי דרכים.

דרך א': חישוב ההסתברות עבור כל אירוע בנפרד

על מנת שצילי וגילי יבחרו באותו מספר, על הבוחרת הראשונה לבחור מספר כלשהו, ועל השנייה לבחור את אותו המספר. נניח כי גילי בוחרת ראשונה:

גילי בוחרת באקראי מספר בין 1 ל-6. מכיוון שלא משנה איזה מספר תבחר גילי הרי שכל האפשרויות

רצויות, כלומר ההסתברות שגילי תבחר מספר רצוי שווה ל- $1 \cdot \left(\frac{6}{6}\right)$.

כעת על צילי לבחור מספר הזהה לזה שבחרה גילי. מכיוון שגילי בחרה מספר מסוים בין 1-6 גם צילי צריכה לבחור באותו מספר מסוים. צילי בוחרת מספר בין 1-12. לפיכך, הסיכוי כי צילי תבחר את

המספר המסוים שבחרה גילי, שווה ל- $\frac{1}{12}$.

מכיוון שעלינו למצוא מה הסיכוי שגילי תבחר מספר מסוים וגם צילי תבחר בו, עלינו להכפיל את ההסתברויות שמצאנו לכל אירוע. מכאן נקבל כי הסיכוי כי שתיהן יבחרו באותו מספר שווה ל- $\frac{1}{12}$

$$\cdot \left(1 \cdot \frac{1}{12} = \right)$$

הערה: אין מניעה לחשב את ההסתברות שצילי וגילי יבחרו אותו מספר גם כאשר צילי היא הראשונה לבחור. מכיוון שגילי יכולה לבחור מספר רק בין 1 ל-6, הרי שגם צילי צריכה לבחור מספר כלשהו בטווח זה. יחד עם זאת, לא משנה לנו איזה מספר מהמספרים שבין 1 ל-6 תבחר צילי. לפיכך, הסיכוי

כי היא תבחר מספר כלשהו בין 1 ל-6 שווה ל- $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{6}{12} = \right)$.

כעת, לאחר שצילי בחרה מספר, גילי צריכה לבחור את אותו מספר מסוים. מכאן שהסיכוי שגילי תבחר מספר מסוים בין 1 ל-6 שווה ל- $\frac{1}{6}$.

גם כעת עלינו לחשב מה הסיכוי שצילי בחרה מספר וגם גילי בחרה באותו מספר, ולכן נכפיל בין ההסתברויות שמצאנו. נמצא כי גם עכשיו ההסתברות ששתיהן בחרו במספר זהה שווה ל- $\frac{1}{12}$

$$\cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \right)$$

דרך ב': חישוב בעזרת צירופים

ראשית, בעזרת צירופים, נמצא כמה אפשרויות יש לבחירת המספרים על ידי הבנות. צילי בוחרת מספר בין 1 ל-12, ועל כן היא יכולה לבחור 12 מספרים בסך הכול. גילי לעומתה בוחרת מספר בין 1 ל-6, ולפיכך היא יכולה לבחור 6 מספר בסך הכול. מכאן שיש בסך הכול $12 \cdot 6$ צירופים שונים לבחירת המספרים על ידי שתי הבנות.

מתוך אפשרויות אלה, צילי וגילי יכולות לבחור מספר זהה רק אם הוא מספר בין 1 ל-6. על כן, יש 6 אפשרויות שונות לבחירת מספר זהה על ידי הבנות (צילי תבחר ב-1 וגם גילי תבחר ב-1, צילי תבחר ב-2 וגם גילי תבחר ב-2 וכך הלאה). מכאן שהסיכוי ששתיהן יבחרו באותו מספר שווה ל- $\frac{1}{12 \cdot 6} = \left(\frac{6}{12 \cdot 6} = \right)$.

תשובה (3).

הסקה מתרשים (שאלות 17-20)

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריו.

בתרשים מתוארת פעילות של 16 תחנות דלק ביממה מסוימת. התחנות נמצאות בשטח מעגלי. השטח מחולק לארבעה אזורים: צפון-מערב, צפון-מזרח, דרום-מזרח ודרום-מערב. התחנות הן מ-3 גדלים: תחנות גדולות ובהן 16 עמדות תדלוק, תחנות בינוניות ובהן 8 עמדות תדלוק, ותחנות קטנות ובהן 2 עמדות תדלוק (ראו מקרא).

"שעת שיא" של תחנה היא שעה שבה נעשה מספר התדלוקים הגבוה ביותר בתחנה זו.

"שעת שפל" של תחנה היא שעה שבה נעשה מספר התדלוקים הנמוך ביותר בתחנה זו.

לכל תחנה מצוינים בתרשים: מספר התחנה, מספר התדלוקים שנעשו בה בשעת שיא, ומספר התדלוקים שנעשו בה בשעת שפל (ראו מקרא).

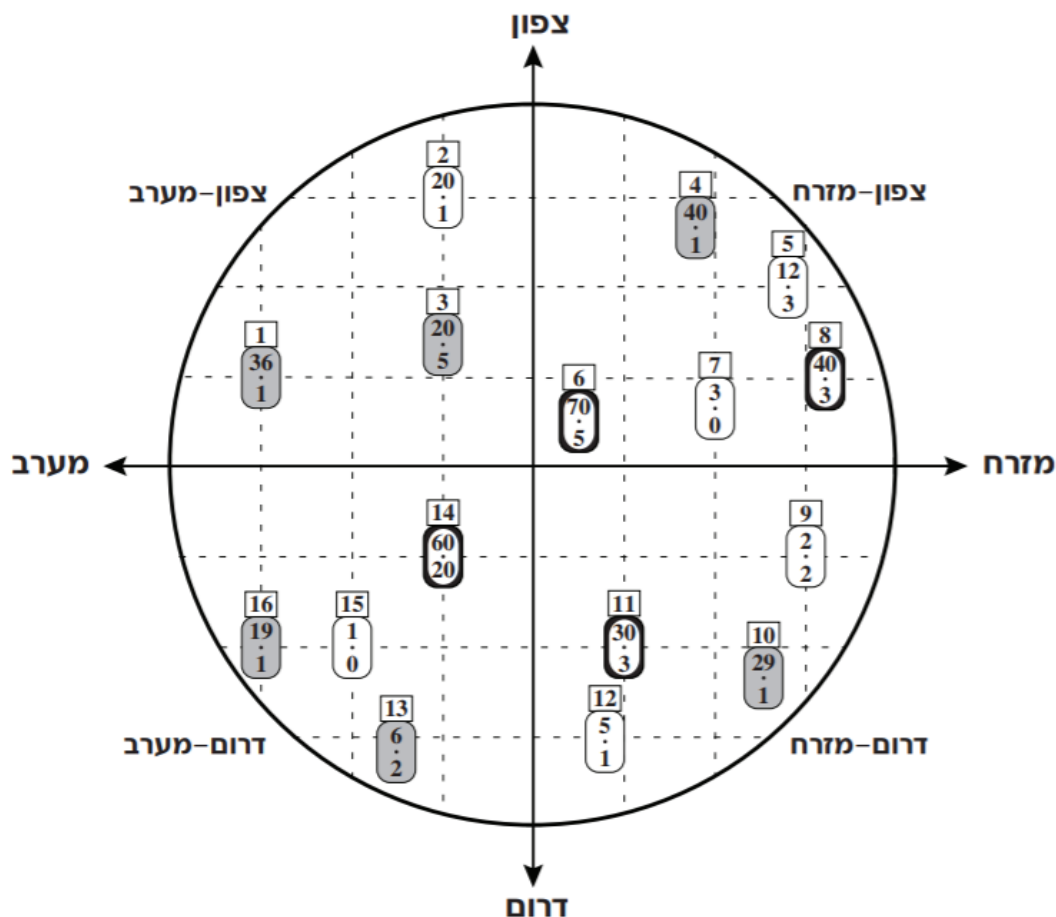
כל התחנות פועלות 24 שעות ביממה.

לדוגמה: תחנה מספר 3 היא תחנה בינונית הנמצאת באזור צפון-מערב. מספר התדלוקים שנעשו בה בשעת שיא היה 20, ומספר התדלוקים שנעשו בה בשעת שפל היה 5.

מקרא:

תחנה גדולה (16 עמדות)	0
תחנה בינונית (8 עמדות)	•
תחנה קטנה (2 עמדות)	•

מספר התחנה	→ 9
מספר התדלוקים בשעת שיא	→ 2
מספר התדלוקים בשעת שפל	→ 2



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

17. השאלה: "היקף הפעילות" של תחנה מוגדר כך: מספר התדלוקים בשעת שיא + מספר התדלוקים בשעת שפל
מספר עמדות התדלוק

לאיזו מן התחנות הבאות היקף הפעילות הגדול ביותר?

פתרון: נעבור על התשובות המוצעות. עבור כל תשובה נמצא את מספר התדלוקים בשעת השיא ובשעת השפל, וכן את מספר עמדות התדלוק. לאחר מכן נבדוק לאיזה מן התחנות המוצעות "היקף הפעילות" הגדול ביותר.

תשובה (1): תחנה 5

בתחנה 5 מתבצעים 12 תדלוקים בשעת השיא ו-3 תדלוקים בשעת השפל. בנוסף תחנה 5 היא תחנה קטנה, ולפיכך יש בה 2 עמדות תדלוק.

$$\text{מכאן שהיקף הפעילות של תחנה 5 שווה ל: } \frac{12+3}{2} \Leftrightarrow \frac{15}{2} \Leftrightarrow 7\frac{1}{2}$$

תשובה (2): תחנה 10

בתחנה 10 מתבצעים 29 תדלוקים בשעת השיא ותדלוק 1 בשעת השפל. בנוסף, תחנה 10 היא תחנה בינונית, ולפיכך יש בה 8 עמדות תדלוק.

$$\text{מכאן שהיקף הפעילות של תחנה 10 שווה ל: } \frac{29+1}{8} \Leftrightarrow \frac{30}{8} \Leftrightarrow 3\frac{3}{4}$$

מצאנו כי היקף הפעילות של תחנה 5 גדול יותר, ולכן ניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (3): תחנה 14

בתחנה 14 מתבצעים 60 תדלוקים בשעת השיא ו-20 תדלוקים בשעת השפל. בנוסף, תחנה 14 היא תחנה גדולה ולפיכך יש בה 16 עמדות תדלוק.

$$\text{מכאן שהיקף הפעילות של תחנה 14 שווה ל: } \frac{20+60}{16} \Leftrightarrow \frac{80}{16} \Leftrightarrow 5$$

מצאנו כי היקף הפעילות של תחנה 5 גדול יותר, ולכן ניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (4): תחנה 16

בתחנה 16 מתבצעים 19 תדלוקים בשעת השיא ותדלוק 1 בשעת השפל. בנוסף, תחנה 16 היא תחנה בינונית ולפיכך יש בה 8 עמדות תדלוק.

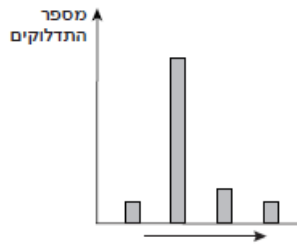
$$\text{מכאן שהיקף הפעילות של תחנה 16 שווה ל: } \frac{19+1}{8} \Leftrightarrow \frac{20}{8} \Leftrightarrow 2\frac{1}{2}$$

מצאנו כי היקף הפעילות של תחנה 5 גדול יותר, ולכן ניתן לפסול את תשובה זו.

לסיכום: מצאנו כי היקף הפעילות של תחנה 5 הוא הגדול ביותר.

תשובה (1).

18. השאלה: העמודות בגרף (משמאל לימין) מתארות את מספר התדלוקים בתחנות הגדולות בשעת _____ כשמתקדמים _____.



פתרון: עלינו להשלים את החסר, ולכן בדומה להשלמת משפטים במילולי, נבחר את אחת התשובות ולפיה ננתח מה נדרש מאתנו. לפני כן, לשאלה זו מצורף גרף. לכן, בטרם ניגש לתשובות, נבין את נתוני הגרף המצורף.

הגרף המצורף לשאלה זו מתאר את מספר התדלוקים שנעשו בתחנות הגדולות. ניתן להבחין כי בגרף יש 4 עמודות, אשר כל אחת מהן מתארת את מספר התדלוקים בתחנה אחת. ואמנם, בתרשים המקורי אכן יש 4 תחנות גדולות. על פי נתוני התרשים, התחנות הגדולות הן תחנות מספר 8, 6, 14 ו-11. לפיכך, כל עמודה מייצגת את אחת מן התחנות האלה.

עמודה גבוהה מעידה על מספר תדלוקים גבוה, ולהיפך. בגרף המצורף ניתן לראות כי העמודה הראשונה נמוכה. לכן, בתחנה הראשונה היה מספר תדלוקים נמוך. על פי אותו עיקרון, בתחנה השנייה העמודה גבוהה בהרבה, ולכן הייתה עלייה משמעותית במספר התדלוקים בין התחנה הראשונה לשנייה. בתחנה השלישית יש ירידה במספר התדלוקים. ניתן גם לראות כי מספר התדלוקים בתחנה השלישית גדול במעט מזה שנעשה בתחנה הראשונה. בתחנה הרביעית יש שוב ירידה במספר התדלוקים. נראה גם כי גובה העמודה הרביעית דומה לגובה העמודה הראשונה. מכאן ניתן להסיק כי מספר התדלוקים בתחנה הראשונה דומה למספר התדלוקים בתחנה הרביעית.

כעת נעבור על התשובות המוצעות ונחפש תשובה התואמת את נתוני הגרף המצורף:

תשובה (1): העמודות בגרף מתארות את מספר התדלוקים בתחנות הגדולות בשעת **שיא** כשמתקדמים **מצפון לדרום**.

לפי תשובה זו, הגרף המצורף מתאר את מספר התדלוקים שנעשו בתחנות הגדולות בשעת השיא מצפון לדרום. כאשר נוציא מתוך התרשים את מספר התדלוקים בתחנות הגדולות, נראה כי מספר התדלוקים בשעת **שיא** כאשר נסדר את התחנות **מצפון לדרום** הוא: $40 \Leftarrow 70 \Leftarrow 60 \Leftarrow 30$.

אמנם ניתן לראות כי קיימת עלייה במספר התדלוקים בין התחנה הראשונה לשנייה (בין תחנה 8 ל-6). בנוסף, אכן בין התחנה השנייה לשלישית יש ירידה במספר התדלוקים (בין תחנה 6 ל-14). עם זאת, בין התחנה השנייה לשלישית אמורה להיות ירידה גדולה במספר התדלוקים, שכן ניתן לראות שהעמודה השנייה גבוהה מהרבה מהעמודה השלישית. בנוסף, מספר התדלוקים בתחנה השלישית אמור קרוב למספר התדלוקים בתחנה הראשונה. עם זאת, בתשובה זו, מספר התדלוקים שנעשה בתחנה השלישית קרוב יותר למספר התדלוקים שנעשה בתחנה השנייה ולא הראשונה. לכן זו אינה התשובה הנכונה.

מכיוון שכבר מצאנו את הנתונים הנוגעים למספר התדלוקים בתחנות הגדולות בשעת השיא, נעדיף כעת לבדוק את תשובה (3) שגם בה על מספר התדלוקים בשעת השיא.

תשובה (3): העמודות בגרף מתארות את מספר התדלוקים בתחנות הגדולות בשעת **שיא** כשמתקדמים **מדרום לצפון**.

הכיוון מצפון לדרום הפוך מהכיוון מדרום לצפון. לכן, סדר הופעתם של מספר התדלוקים בתחנות הגדולות בשעת **שיא** **מדרום לצפון** הפוך מזה שמצאנו בתשובה (1). לפיכך נראה כי מספר התדלוקים בשעת **שיא** מדרום לצפון הוא: $40 \Leftarrow 70 \Leftarrow 60 \Leftarrow 30$.

על פי הגרף המצורף לשאלה, קיימת עלייה במספר התדלוקים בין התחנה השנייה לשלישית. עם זאת, לפי תשובה זו קיימת עלייה במספר התדלוקים בין התחנה השנייה לשלישית (בין תחנה 14 ל-6). לפיכך זו אינה התשובה הנכונה.

נחזור לבדוק את תשובה (2):

תשובה (2): העמודות בגרף מתארות את מספר התדלוקים בתחנות הגדולות בשעת שפל כשמתקדמים מצפון לדרום.

לפי תשובה זו, הגרף מבטא את מספר התדלוקים שנעשו בתחנות הגדולות בשעת השפל מצפון לדרום. כאשר נוציא מתוך התרשים את מספר התדלוקים בתחנות הגדולות, נראה כי מספר התדלוקים בשעת שפל כאשר נסדר את התחנות מצפון לדרום הוא: $3 \Leftarrow 5 \Leftarrow 20 \Leftarrow 3$.

לפי גובה העמודות בגרף המצורף, בין התחנה הראשונה לשנייה קיימת עלייה גדולה במספר התדלוקים. אך על פי התשובה, קיימת עלייה קטנה במספר התדלוקים בין התחנה הראשונה לשנייה (בין תחנה 8 ל-6). כמו כן, על פי הגרף המצורף, בין התחנה השנייה לשלישית יש ירידה במספר התדלוקים. אך כאן יש עלייה גדולה מאוד במספר התדלוקים בין התחנה השנייה לשלישית (בין תחנה 6 ל-14). לפיכך התשובה אינה נכונה.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות הרי שתשובה (4) היא התשובה הנכונה, אולם לשם השלמת ההסבר נבדוק גם אותה:

תשובה (4): העמודות בגרף מתארות את מספר התדלוקים בתחנות הגדולות בשעת שפל כשמתקדמים מדרום לצפון.

סדר הופעתם של מספר התדלוקים בתחנות הגדולות בשעת שפל מדרום לצפון, הפוך מזה שמצאנו בתשובה (2). לפיכך, נראה כי מספר התדלוקים בשעה זו מדרום לצפון הוא: $3 \Leftarrow 20 \Leftarrow 5 \Leftarrow 3$. ניתן לראות כי בדומה לגובה העמודות בגרף המצורף, קיימת עלייה גדולה במספר התדלוקים בין התחנה הראשונה לשנייה (בין תחנה 11 ל-14); קיימת ירידה גדולה במספר התדלוקים בין התחנה השנייה לשלישית (בין תחנה 14 ל-6); מספר התדלוקים בתחנה השלישית גדול במעט יותר ממספר התדלוקים בתחנה הראשונה; קיימת ירידה נוספת במספר התדלוקים בין התחנה השלישית לרביעית (בין תחנה 6 ל-8); ולבסוף מספר התדלוקים בתחנה הראשונה זהה למספר התדלוקים בתחנה הרביעית. לפיכך זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

19. השאלה: רדיוס השטח המעגלי המתואר בסרטוט הוא 20 קילומטרים.

מה מספר התחנות הממוצע לקילומטר מרובע?

פתרון: לפי נוסחת הממוצע, מספר התחנות הממוצע לקילומטר רבוע שווה למספר התחנות חלקי גודל השטח המעגלי (בק"מ רבוע).

בתרשים מתוארות 16 תחנות.

נחשב את השטח המעגלי בעזרת הנוסחה לחישוב שטח מעגל (π^2) , ונמצא שגודל השטח המעגלי שווה ל- 400π סמ"ר $(= \pi \cdot 20^2)$.

מכאן שמספר התחנות הממוצע לקילומטר מרובע שווה ל- $\frac{1}{25\pi} \left(= \frac{16}{400\pi} \right)$.

תשובה (1).

20. השאלה: באיזו מן התחנות הבאות ייתכן שנעשו פחות מ-50 תדלוקים ביממה המתוארת בתרשים?

פתרון: על מנת למצוא באיזה תחנה ייתכן שנעשו פחות מ-50 תדלוקים נמצא את מספר התדלוקים המינימלי בכל תחנה. התשובה בה המספר המינימלי של תדלוקים בתחנה קטן מ-50 תדלוקים ביממה, היא התשובה הנכונה.

נעבור על התשובות המוצעות:

תשובה (1): תחנה 1

ביממה יש 24 שעות. על פי נתוני התרשים, בשעת השיא נעשו בתחנה 36 תדלוקים, ובשעת השפל נעשה בתחנה תדלוק 1. מכאן, שבאחת משעות היממה התבצעו בתחנה 36 תדלוקים ובשעה אחרת נעשה בה תדלוק אחד. לכן, ניתן לומר כי ב-2 שעות מתוך היממה נעשו בתחנה 37 תדלוקים ($36 + 1 =$).

נותרו 22 שעות ביממה ($24 - 2 =$), וכעת עלינו למצוא את מספר התדלוקים המינימלי שהתבצע בשעות אלה. המספר הקטן ביותר של תדלוקים שווה למספר התדלוקים המינימלי בתחנה. כלומר, המספר המינימלי של תדלוקים בכל שעה שווה למספר התדלוקים שמתבצעים בתחנה בשעת השפל. כאמור, בשעת השפל התבצע בתחנה תדלוק 1, ומכאן שבשאר 22 שעות היממה התבצעו לכל הפחות 22 תדלוקים ($22 \cdot 1 =$).

לפיכך בסך הכול התבצעו בתחנה לכל הפחות 59 תדלוקים ביממה ($37 + 22 =$). אם מספר התדלוקים המינימלי ביממה בתחנה זו שווה ל-59, הרי שלא ייתכן שבתחנה זו נעשו פחות מ-50 תדלוקים ביממה. לפיכך זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (2): תחנה 5

בשעת השיא נעשו בתחנה 12 תדלוקים, ובשעת השפל נעשו בתחנה 3 תדלוקים. מכאן שב-2 שעות מתוך שעות היממה נעשו בתחנה 15 תדלוקים ($12 + 3 =$).

אם בכל אחת משאר 22 שעות היממה נעשו מספר תדלוקים הזהה לשעת השפל, הרי שבכל אחת מהשעות הנותרות התבצעו 3 תדלוקים. מכאן שבסך הכול התבצעו ב-22 השעות הנותרות 66 תדלוקים ($22 \cdot 3 =$).

לפיכך בסך הכול התבצעו בתחנה לכל הפחות 81 תדלוקים ביממה ($15 + 66 =$). אם מספר התדלוקים המינימלי בתחנה ביממה שווה ל-81, הרי שלא ייתכן שבתחנה זו נעשו פחות מ-50 תדלוקים ביממה. לפיכך זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (3): תחנה 13

בשעת השיא נעשו בתחנה 6 תדלוקים, ובשעת השפל נעשו בתחנה 2 תדלוקים. מכאן שב-2 שעות מתוך שעות היממה נעשו בתחנה 8 תדלוקים ($6 + 2 =$). אם בכל אחת משאר 22 שעות היממה נעשו 2 תדלוקים, הרי שבסך הכול התבצעו בשעות אלה 44 תדלוקים ($22 \cdot 2 =$).

לפיכך בסך הכול התבצעו בתחנה לכל הפחות 52 תדלוקים ביממה ($8 + 44 =$). אם מספר התדלוקים המינימלי בתחנה ביממה שווה ל-52, הרי שלא ייתכן שבתחנה זו נעשו פחות מ-50 תדלוקים ביממה. לפיכך זו אינה התשובה הנכונה.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, הרי שתשובה (4) היא התשובה הנכונה. אולם לשם השלמת ההסבר נבדוק גם אותה:

תשובה (4): תחנה 16

בשעת השיא נעשו בתחנה 19 תדלוקים, ובשעת השפל נעשה בתחנה תדלוק 1. אם באחת משעות היממה נעשו בתחנה 19 תדלוקים ובשעה אחרת נעשה בה תדלוק אחד הרי שב-2 שעות מתוך שעות היממה נעשו בתחנה 20 תדלוקים ($19 + 1 =$). אם בכל אחת משאר 22 שעות היממה נעשה תדלוק 1, הרי שבסך הכול התבצעו בשעות אלה 22 תדלוקים ($22 \cdot 1 =$).

לפיכך בסך הכול התבצעו בתחנה לכל הפחות 42 תדלוקים ביממה ($20 + 22 =$). מכאן שייתכן שבתחנה זו נעשו פחות מ-50 תדלוקים ביממה. לכן, זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).