

מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(1)	(2)	(1)	(4)	(3)	(4)	(4)	(4)	(3)	(1)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(3)	(1)	(2)	(1)	(3)	(1)	(3)	(1)	(4)

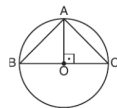
הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-15)

שאלה 1 - גיאומטריה - מעגל ומשולש

השאלה: בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O ורדיוסו 1 ס"מ.
לפי נתונים אלו והנתונים שבסרטוט, מה שטח המשולש ABC (בסמ"ר)?

פיתרון:



נקודת המפתח:

BC עובר דרך המרכז O , ולכן הוא קוטר המעגל. הגובה מ- A אל BC הוא OA (מאונך ל- BC), שהוא רדיוס.

מחשבים בסיס וגובה:

הבסיס: $BC = 2 \cdot 1 = 2$ ס"מ (קוטר)
הגובה: $OA = 1$ ס"מ (רדיוס, מאונך ל- BC)

מחשבים שטח משולש:

$$S = \frac{BC \cdot OA}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1 \text{ סמ"ר}$$

תשובה (1).



שאלה 2 - בעיות - שברים

השאלה: אסף, מלי וניקול אכלו יחד עוגה שלמה. אסף אכל $\frac{1}{x}$ מהעוגה ($x > 1$). מלי אכלה $\frac{1}{2}$ מהכמות שאכל אסף, וניקול אכלה אותה כמות שאכלה מלי.
 $x = ?$

פיתרון:

נקודת המפתח:

סכום החלקים שאכלו השלושה שווה לעוגה שלמה, כלומר ל-1. מכיוון שזו שאלה מבין הראשונות בפרק, נוו לנסות להציב תשובה נוחה ולבדוק אם היא מסתדרת עם נתוני השאלה.

דרך א' – הצבת תשובה נוחה:

נציב את התשובה הנוחה ביותר לחישוב – תשובה (2), כלומר $x = 2$. אם כך, אסף אכל $\frac{1}{2}$ מהעוגה. מלי אכלה מחצית מכמות זו:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$
 וניקול אכלה כמות זהה לזו של מלי.

בודקים שהכול מסתדר:

סוכמים את שלושת החלקים:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

התקבלה בדיוק עוגה שלמה – כל נתוני השאלה מתקיימים, ולכן זו התשובה הנכונה. אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

דרך ב' – אלגברה:

מבטאים כל חלק באמצעות x ופותרים:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{2x} = 1$$

שני השברים האחרונים משלימים זה את זה לשבר $\frac{1}{x}$:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x} = 1$$

$$\frac{2}{x} = 1 \Rightarrow x = 2$$

תשובה (2).

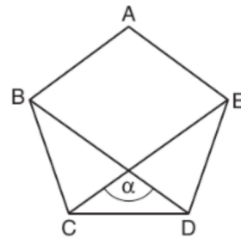


שאלה 3 - גיאומטריה - מצולע משוכלל

השאלה: בסרטוט שלפניכם מחומש משוכלל $ABCDE$ ושניים מאלכסוניו.

$$\alpha = ?$$

פיתרון:



נקודת המפתח:

כל מצולע משוכלל ניתן לחסום במעגל. נעזרים בקשר שבין זווית מרכזית לזווית היקפית כדי למצוא את הזווית שבין הצלעות לאלכסונים.

חוסמים את המחומש במעגל:

מכיוון שהמחומש משוכלל, אפשר לחסום אותו במעגל שכל חמשת קודקודיו מונחים עליו. חמש הצלעות שוות באורכן, ולכן זווית מרכזית הנשענת על צלע אחת של המחומש שווה לחמישית מהמעגל השלם:

$$\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

מחשבים את זוויות הבסיס:

הזוויות שיוצרים האלכסונים עם הצלע CD הן זוויות היקפיות הנשענות על צלע אחת של המחומש: הזווית שליד הקודקוד C נשענת על הצלע DE , והזווית שליד הקודקוד D נשענת על הצלע BC . זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית הנשענת על אותה קשת, ולכן:

$$\frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

$$\angle BDC = \angle ECD = 36^\circ$$

מחשבים את הזווית המבוקשת:

במשולש שיוצרים שני האלכסונים עם הצלע CD סכום הזוויות הוא 180° :

$$\alpha = 180^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 108^\circ$$

תשובה (1).

שאלה 4 - אלגברה - חזקות ושורשים

השאלה:

$$\sqrt[4]{2^8} = ?$$

פיתרון:

נקודת המפתח:

שורש מסדר n שקול לחזקה $\frac{1}{n}$. לכן $\sqrt[4]{2^8} = 2^{\frac{8}{4}} = 2^2 = 4$.

מפשטים:

$$\sqrt[4]{2^8} = 2^{\frac{8}{4}} = 2^2 = 4$$

תשובה (4).

שאלה 5 - בעיות - דרך, זמן ומהירות

השאלה: תמר עוברת דרך מסוימת בזמן מסוים. עודד עובר דרך קצרה פי 2 בזמן ארוך פי 3. לכל אחד מהם מהירות קבועה. מהירותו של עודד _____ ממהירותה של תמר.

פיתרון:

נקודת המפתח:

מהירות = $\frac{\text{דרך}}{\text{זמן}}$. אפשר לפתור בקלות באמצעות הצבת דוגמה מספרית נוחה.

דרך א' – הצבת דוגמה מספרית:

נניח שתמר עוברת 6 ק"מ בשעה אחת, ולכן מהירותה 6 קמ"ש. עודד עובר דרך קצרה פי 2, כלומר 3 ק"מ, בזמן ארוך פי 3, כלומר 3 שעות. לכן מהירותו 1 קמ"ש. מצאנו כי מהירותו של עודד (1 קמ"ש) קטנה פי 6 ממהירותה של תמר (6 קמ"ש).

דרך ב' – אלגברה:

מסמנים את הדרך של תמר ב- d ואת זמנה ב- t . מהירות תמר:

$$\frac{d}{t}$$

הדרך של עודד היא מחצית הדרך, והזמן שלו כפול שלושה. מהירות עודד:

$$\frac{d/2}{3t} = \frac{d}{6t} = \frac{1}{6} \cdot \frac{d}{t}$$

כלומר מהירות עודד היא שישית ממהירות תמר.

מסקנה:

מהירותו של עודד קטנה פי 6 ממהירותה של תמר.

תשובה (3).

שאלה 6 - בעיות - מחלק משותף

השאלה: המספר השלם והחיובי x נקרא "מחלק משותף" של המספרים השלמים והחיוביים a ו- b אם גם a וגם b מתחלקים ב- x ללא שארית. איזה מהמספרים הבאים אינו מחלק משותף של 84 ו-210?

פיתרון:

נקודת המפתח:

עוברים על התשובות המוצעות, ולכל מספר בודקים אם גם 84 וגם 210 מתחלקים בו ללא שארית. מחפשים את המספר שאינו מחלק משותף.

בודקים את התשובות:

תשובה (1): 7. מתקיים $\frac{84}{7} = 12$ וכן $\frac{210}{7} = 30$ — שניהם שלמים, ולכן 7 הוא מחלק משותף.

תשובה (2): 6. מתקיים $\frac{84}{6} = 14$ וכן $\frac{210}{6} = 35$ — מחלק משותף.

תשובה (3): 3. מתקיים $\frac{84}{3} = 28$ וכן $\frac{210}{3} = 70$ — מחלק משותף.

תשובה (4): 4. אומנם $\frac{84}{4} = 21$, אך $\frac{210}{4}$ אינו מתחלק ב-4 ללא שארית ($\frac{210}{4} = 52.5$).

מסקנה:

4 מחלק את 84 אך אינו מחלק את 210, ולכן הוא אינו מחלק משותף של שני המספרים.

תשובה (4).

שאלה 7 - בעיות - בעיות קצב

השאלה: בפרח מסוים היו 10 מיליגרם (מ"ג) צוף. ברגע כלשהו הגיעה דבורה לפרח, דקה לאחר מכן הצטרפה אליה דבורה שנייה, דקה נוספת לאחר מכן הצטרפה אליהן דבורה שלישית, וכן הלאה. כל דבורה מצצה צוף מהפרח בקצב קבוע של 1 מ"ג בדקה, עד שאזל הצוף. כמה מ"ג צוף סך הכול מצצה הדבורה הראשונה שהגיעה אל הפרח?

פיתרון:

נקודת המפתח:

בכל דקה מספר הדבורות גדל ב-1, ולכן קצב הצריכה גדל. סוכמים את הצוף שנצרך בכל דקה עד שהוא אזל, ומוצאים כמה זמן שהתה הדבורה הראשונה.

כמה צוף נצרך בכל דקה:

דקה 1: דבורה אחת ← 1 מ"ג (נותרו 9)

דקה 2: שתי דבורות ← 2 מ"ג (נותרו 7)

דקה 3: שלוש דבורות ← 3 מ"ג (נותרו 4)

דקה 4: ארבע דבורות ← 4 מ"ג (נותרו 0)

כמה מצצה הדבורה הראשונה:

הצוף אזל בתום 4 דקות. הדבורה הראשונה נכחה כל 4 הדקות וצרכה 1 מ"ג בכל דקה:

$$4 \cdot 1 = 4 \text{ מ"ג}$$

תשובה (4).

שאלה 8 - אלגברה - מספרים עוקבים

השאלה: a ו- b מספרים שלמים ועוקבים, $1 < a < b$.
- בהכרח $(2a - b)$

פיתרון:

נקודת המפתח:

בשאלות "בהכרח" נוהגים להציב דוגמאות מספריות המקיימות את הנתונים, ולפסול כל תשובה שנמצאה לה דוגמה נגדית. התשובה שנותרת היא הנכונה.

הצבה ראשונה:

נציב $a = 2$, $b = 3$ (שלמים ועוקבים, גדולים מ-1):

$$2a - b = 4 - 3 = 1$$

התקבל 1 — מספר אי-זוגי, ולכן תשובה (1) ("זוגי") נפסלת. כמו כן 1 קטן מ- a (שערכו בהצבה זו 2), ולכן תשובה (3) ("גדול מ- a ") נפסלת.

הצבה שנייה:

נציב $a = 3$, $b = 4$:

$$2a - b = 6 - 4 = 2$$

התקבל 2 — מספר זוגי, ולכן תשובה (2) ("אי-זוגי") נפסלת.

מסקנה:

נותרה רק תשובה (4) — $(2a - b)$ קטן מ- a בהכרח. ואכן, מכיוון שהמספרים עוקבים:

$$b = a + 1 \Rightarrow 2a - b = 2a - (a + 1) = a - 1$$

ו-1- a תמיד קטן מ- a .

תשובה (4).

שאלה 9 - בעיות - בעיית ספרות

השאלה: A, B, C, D הן ספרות עוקבות כלשהן מתוך הספרות 1 עד 9, $A < B < C < D$. סכום שני המספרים הדו-ספרתיים AB ו- CD הוא מספר דו-ספרתי. כמה ערכים אפשריים יש ל- A ?

פיתרון:

נקודת המפתח:

הספרות עוקבות, ולכן בחירת A קובעת את כל השאר. מספר האפשרויות קטן — הדרך המומלצת היא לבדוק את האפשרויות הקיימות באמצעות הצבת דוגמאות מספריות המקיימות את הנתונים.

בודקים את האפשרויות:

עבור $A = 1$: המספרים הם 12 ו-34, והסכום $12 + 34 = 46$ — מספר דו-ספרתי, מתאים.
 עבור $A = 2$: $23 + 45 = 68$ — דו-ספרתי, מתאים.
 עבור $A = 3$: $34 + 56 = 90$ — דו-ספרתי, מתאים.
 עבור $A = 4$: $45 + 67 = 112$ — מספר תלת-ספרתי, לא מתאים. ככל ש- A גדלה הסכום רק גדל, ולכן גם $A = 5$ ו- $A = 6$ אינם מתאימים.

מסקנה:

ל- A שלושה ערכים אפשריים: 1, 2 ו-3.

תשובה (3).

שאלה 10 - בעיות - בעיה מילולית

השאלה: במשחק כלשהו בכל תור שחקן יכול או להפסיד נקודה אחת או להרוויח מספר נקודות שלם וקבוע P (בתחילת המשחק הניקוד הוא 0, וייתכן במהלך המשחק גם ניקוד שלילי). דני שיחק שמונה תורות במשחק, ובסופם היו לו 28 נקודות. ידוע שהוא הרוויח ביותר ממחצית התורות.
 $P = ?$

פיתרון:

נקודת המפתח:

במקום לפתור אלגברית, בודקים את התשובות המוצעות: לכל ערך של P בודקים אם אפשר להגיע ל-28 נקודות בשמונה תורות, כשמספר התורות המנצחים גדול מ-4.

בודקים את תשובה (1): $P = 5$

אם דני הרוויח ב-5 תורות והפסיד ב-3:
 $5 \cdot 5 - 3 \cdot 1 = 22$
 פחות מ-28. נגדיל את מספר התורות המנצחים: אם הרוויח ב-6 תורות והפסיד ב-2:
 $6 \cdot 5 - 2 \cdot 1 = 30 - 2 = 28$
 התקבלו בדיוק 28 נקודות.

בודקים שכל הנתונים מתקיימים:

שמונה תורות בסך הכול, 6 מהם מנצחים — יותר ממחצית התורות, כנדרש. כל נתוני השאלה מתקיימים, ולכן זו התשובה הנכונה. אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (1).

שאלה 11 - גיאומטריה - גליל

השאלה: נתון גליל שגובהו 3 ס"מ ושטח המעטפת שלו 6 סמ"ר.
מה נפח הגליל (בסמ"ק)?

פיתרון:

נקודת המפתח:

שטח המעטפת של גליל שרדיוסו r וגובהו h הוא $2\pi rh$. מוצאים ממנו את הרדיוס, ואז מציבים בנוסחת הנפח $\pi r^2 h$.

מוצאים את הרדיוס:

$$2\pi rh = 6$$

$$2\pi r \cdot 3 = 6 \Rightarrow \pi r = 1 \Rightarrow r = \frac{1}{\pi}$$

מחשבים נפח:

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(\frac{1}{\pi}\right)^2 \cdot 3 = \frac{3}{\pi}$$

תשובה (3).

שאלה 12 - בעיות - אחוזים

השאלה: x גדול מ- y ב-20%.
 y שווה ל-_____ אחוזים מ- x .

פיתרון:

נקודת המפתח:

עדיף לעבוד עם שברים פשוטים: עלייה של 20% היא כפל ב- $1.2 = \frac{6}{5}$. לכן:

$$x = \frac{6}{5} \cdot y$$

מבטאים את y באמצעות x :

כדי לבודד את y נחלק את שני האגפים ב- $\frac{6}{5}$. חילוק בשבר הוא כפל בשבר ההופכי, כלומר כפל ב- $\frac{5}{6}$:

$$y = \frac{5}{6} \cdot x$$

מתרגמים לאחוזים:

$$\frac{5}{6} \cdot 100\% = \frac{500}{6}\% = 83\frac{1}{3}\%$$

תשובה (3).

שאלה 13 - גיאומטריה - שטחים

השאלה: בסרטוט שלפניכם:

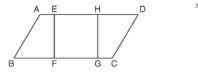
$ABCD$ היא מקבילית שהיקפה 28 ס"מ.

$AB = 5$ ס"מ

$EFGH$ הוא ריבוע שהיקפו 12 ס"מ.

מהו שטח הטרפז $ABFE$ (בהנחה שהוא חופף לטרפז $CDHG$)?

פיתרון:



נקודת המפתח:

מוצאים את הבסיס AD של המקבילית ואת צלע הריבוע $EFGH$ (שהוא גם גובה המקבילית). שני הטרפזים החופפים הם ההפרש בין המקבילית לריבוע, חלקי 2.

מוצאים אורכים:

היקף מקבילית: $2(AD + AB) = 28 \Rightarrow AD + 5 = 14 \Rightarrow AD = 9$
צלע הריבוע $EFGH$: $4 = 3 : 12$ (זהו גם הגובה h)

מחשבים שטחים:

שטח המקבילית: $AD \cdot h = 9 \cdot 3 = 27$ סמ"ר
שטח הריבוע: $3 \cdot 3 = 9$ סמ"ר

שטח הטרפז $ABFE$:

שני הטרפזים החופפים יחד: $27 - 9 = 18$ סמ"ר, ולכן כל אחד:
 $\frac{18}{2} = 9$ סמ"ר

תשובה (1).

שאלה 14 - גיאומטריה - דמיון משולשים

השאלה: במשולש א אורכי הצלעות הם 27 ס"מ, 18 ס"מ ו-12 ס"מ. במשולש ב שלוש הזוויות שוות בהתאמה לזוויות משולש א, ושתיים מהצלעות הן באורך 18 ס"מ ו-12 ס"מ. אם שני המשולשים אינם חופפים, מה אורך הצלע השלישית של משולש ב (בס"מ)?

פיתרון:

נקודת המפתח:

המשולשים דומים (זוויות שוות), ולכן צלעותיהם באותו יחס. יחס הצלעות של משולש א הוא $9 : 6 : 4$: $27 : 18 : 12$. מתאימים את הצלעות 18 ו-12 של משולש ב ליחס כך שהמשולשים לא יהיו חופפים.

בוחנים התאמה:

היחס בין 12 ל-18 הוא:

$$12 : 18 = 2 : 3 = 4 : 6 = 6 : 9$$

אם 12 ו-18 מתאימות לזוג 6 : 4 שביחס, הצלע השלישית מתאימה ל-9 ואורכה 27 ס"מ — אך אז משולש ב חופף למשולש א, בסתירה לנתון. לכן 12 ו-18 מתאימות לזוג 9 : 6.

הפתרון הלא-חופף:

אם 12 ו-18 מתאימות ל-6 ול-9, מקדם הדמיון הוא 2, והצלע השלישית מתאימה ל-4:

$$8 = 4 \cdot 2 \text{ ס"מ}$$

תשובה (2).

שאלה 15 - בעיות - ממוצע

השאלה: 4 פתקים מונחים על ארבע פינותיו של שולחן. על כל אחד מהפתקים כתוב מספר אחד בלבד, ומספר זה הוא הממוצע של המספרים הכתובים על שני הפתקים שבפינות הסמוכות לו. כמה מספרים שונים כתובים על הפתקים, לכל היותר?

פיתרון:

נקודת המפתח:

ארבעת הפתקים יוצרים מעגל: כל פתק שכן לשני הפתקים שלצדו. מסמנים את המספרים a, b, c, d לפי הסדר סביב השולחן, וכותבים את תנאי הממוצע לכל פתק.

כותבים משוואות:

$$a = \frac{b+d}{2}, \quad c = \frac{b+d}{2} \Rightarrow a = c$$

$$b = \frac{a+c}{2} = \frac{a+a}{2} = a$$

מסקנה:

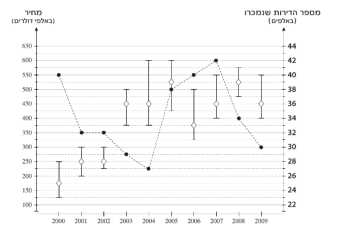
מתקבל $a = b = c = d$ — כל המספרים שווים, ולכן יש 1 מספר שונה בלבד.

תשובה (1).

שאלה 16 - הסקה מתרשים

השאלה: בכמה מהשנים 2001–2009 נמכרו יותר דירות מאשר בשנה שקדמה להן?

פיתרון:



נקודת המפתח:

מספר הדירות שנמכרו מסומן בקו המקווקו (ציר ימני). בודקים לכל שנה אם מספר הדירות גדל ביחס לשנה שלפניה.

משווים כל שנה לקודמתה:

ירידה/שוויון: 2001, 2002, 2003, 2004, 2008, 2009. עלייה:

2005 (27 → 38), 2006 (38 → 40), 2007 (40 → 42)

סופרים:

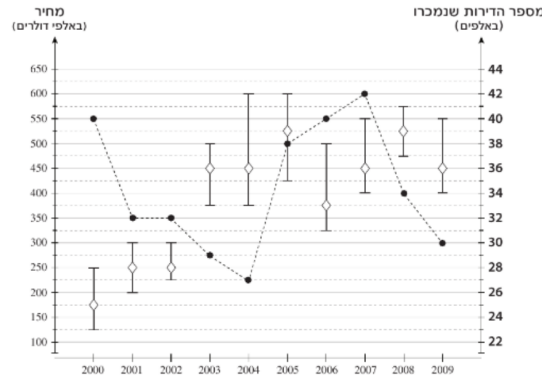
ב-3 שנים נמכרו יותר דירות מאשר בשנה שקדמה להן.

תשובה (3).

שאלה 17 - הסקה מתרשים

השאלה: יונית קנתה דירה בשנה שבה המחיר הממוצע של כל הדירות היה גבוה מ-300,000 דולר ונמוך מ-450,000 דולר. מה היה המחיר הממוצע של הדירות היקרות שנמכרו בשנה זו (בדולרים)?

פיתרון:



נקודת המפתח:

המחיר הממוצע של כל הדירות מסומן במעגל. מאתרים את השנה שבה המעגל נמצא בין 300 ל-450 אלף, וקוראים את המחיר הממוצע של הדירות היקרות (קצה עליון של המקטע).

מאתרים את השנה:

המעגל נמצא בין 300 ל-450 אלף רק בשנת 2006 (מחיר ממוצע 375 אלף דולר).

קוראים את מחיר הדירות היקרות:

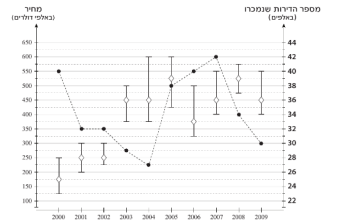
בשנת 2006 הקצה העליון של המקטע הוא 500 אלף דולר, כלומר 500,000 דולר.

תשובה (1).

שאלה 18 - הסקה מתרשים

השאלה: "פיזור המחירים" בשנה מסוימת הוא ההפרש בין המחיר הממוצע של הדירות היקרות למחיר הממוצע של הדירות הזולות שנמכרו בשנה זו. מיכל חישה את פיזור המחירים בכל אחת מהשנים. מהו היחס בין פיזור המחירים הגדול ביותר לפיזור המחירים הקטן ביותר?

פיתרון:



נקודת המפתח:

פיזור המחירים בשנה = אורך המקטע האנכי (קצה עליון פחות קצה תחתון). מחפשים את המקטע הארוך ביותר ואת הקצר ביותר.

מוצאים את הקיצוניים:

הפיזור הגדול ביותר — 2004: $600 - 375 = 225$

הפיזור הקטן ביותר — 2002: $300 - 225 = 75$

מחשבים את היחס:

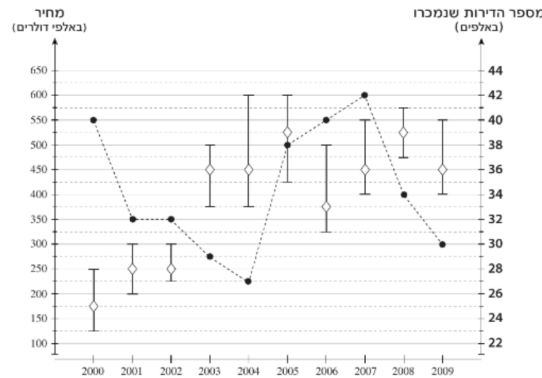
$$\frac{225}{75} = 3$$

תשובה (3).

שאלה 19 - הסקה מתרשים

השאלה: ידוע שבאחת השנים המתוארות בתרשים היה מחיר הדירה הזולה ביותר שנמכרה גבוה ממחיר כל אחת מהדירות שנמכרו בשנה שקדמה לה. מה מספר הדירות שנמכרו בשנה זו?

פיתרון:



נקודת המפתח:

התנאי מתקיים כאשר כל טווח המחירים של השנה (הקצה התחתון) גבוה מכל טווח המחירים של השנה הקודמת (הקצה העליון) — כלומר המקטע כולו "מעל" המקטע של השנה שלפניה.

מאתרים את השנה:

רק בשנת 2003 הקצה התחתון (375) גבוה מהקצה העליון של 2002 (300).

קוראים את מספר הדירות:

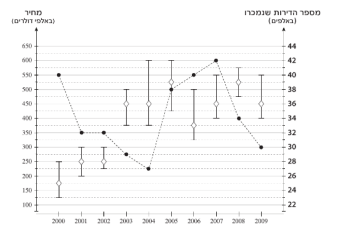
בשנת 2003 נמכרו (לפי הציר הימני) 29 אלף דירות, כלומר 29,000 דירות.

תשובה (1).

שאלה 20 - הסקה מתרשים

השאלה: במהלך השנים 2007–2009, כמה מהדירות שנמכרו לא היו דירות יקרות ולא היו דירות זולות?

פיתרון:



נקודת המפתח:

הדירות היקרות הן 25% העליונים והזולות הן 25% התחתונים, ולכן הדירות שאינן יקרות ואינן זולות הן 50% האמצעיים מכלל הדירות שנמכרו.

סוכמים את הדירות שנמכרו:

$$2009-2007: 42 + 34 + 30 = 106 \text{ אלף דירות}$$

מחשבים 50%:

$$0.5 \cdot 106,000 = 53,000 \text{ דירות}$$

תשובה (4).