מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(1)	(4)	(3)	(4)	(1)	(1)	(2)	(1)	(3)	(4)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(3)	(4)	(4)	(4)	(2)	(3)	(2)	(4)	(4)

שאלה 1 - אלגברה - אי-שוויונים, בדיקת תשובות

השאלה:

נתון: $0 < a$

$c < b < 0$

איזה מהביטויים הבאים **בהכרח** חיובי?

פיתרון:

קביעת הסימנים

מן הנתון $0 < a$ הרי ש-a הוא מספר חיובי, ומן הנתון $c < b < 0$ הרי ש-b ו-c הם שניהם מספרים שליליים. בשאלה מסוג זה יש לבדוק כל תשובה בנפרד, ולחפש ביטוי שסימנו חיובי בכל מצב אפשרי.

בדיקת התשובות

תשובה (1): $a \cdot b \cdot c$

המכפלה $b \cdot c$ היא מכפלת שני מספרים שליליים ולכן היא חיובית, וכפל במספר החיובי a אינו משנה את הסימן. הביטוי חיובי בהכרח.

תשובה (2): $a \cdot b^2 \cdot c$

b^2 חיובי תמיד (ריבוע של מספר שונה מאפס), a חיובי ו-c שלילי, ולכן המכפלה כולה שלילית בהכרח.

תשובה (3): $(c+1) \cdot b$

b שלילי, אך סימנו של $c+1$ אינו קבוע: אם $c = -0.5$ ו-$b = -0.2$ נקבל $c + 1 = 0.5$ והמכפלה שלילית, ואילו אם $c = -2$ ו-$b = -1$ נקבל $c + 1 = -1$ והמכפלה חיובית. אין הכרח.

תשובה (4): $(a-1) \cdot c$

c שלילי, אך סימנו של $a - 1$ אינו קבוע: אם $a = 2$ נקבל $a - 1 = 1$ והמכפלה שלילית, ואילו אם $a = 0.5$ נקבל $a - 1 = -0.5$ והמכפלה חיובית. אין הכרח.

תשובה (1).

שאלה 2 - אלגברה - שברים

השאלה:

$\frac{1}{10}+\frac{1}{5}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-1=?$

פיתרון:

מציאת מכנה משותף

המכנה המשותף הקטן ביותר של 10, 5, 3 ו-2 הוא 30, שכן זהו המספר הקטן ביותר המתחלק בכל ארבעתם. נרחיב כל שבר למכנה 30:

$\frac{1}{10}=\frac{3}{30}$, $\frac{1}{5}=\frac{6}{30}$, $\frac{1}{3}=\frac{10}{30}$, $\frac{1}{2}=\frac{15}{30}$

חיבור השברים

כעת המכנים זהים, ולכן נחבר את המונים:

$\frac{3+6+10+15}{30}=\frac{34}{30}$

חיסור המספר השלם

המספר 1 שווה ל-$\frac{30}{30}$, ולכן:

$\frac{34}{30}-\frac{30}{30}=\frac{4}{30}=\frac{2}{15}$

צמצמנו את השבר ב-2 במונה ובמכנה.

תשובה (4).

שאלה 3 - בעיה מילולית - ממוצעים

השאלה:

סכום גיליהם של אבי, בני וגדי גדול פי 3 מגילו של גדי.

ממוצע גיליהם של אבי ובני בהכרח -

פיתרון:

תרגום הנתון למשוואה

נסמן את גילו של אבי ב-A, את גילו של בני ב-B ואת גילו של גדי ב-G. הנתון אומר שסכום שלושת הגילים גדול פי 3 מגילו של גדי:

$$A+B+G=3G$$

בידוד סכום גיליהם של אבי ובני

נחסר G משני האגפים, ונקבל:

$$A+B=2G$$

מעבר לממוצע

ממוצע של שני מספרים הוא סכומם מחולק ב-2, ולכן נחלק את שני האגפים ב-2:

$$\frac{A+B}{2}=G$$

מצאנו כי ממוצע גיליהם של אבי ובני שווה תמיד לגילו של גדי.

תשובה (3).

שאלה 4 - בעיה מילולית - כלליות, שלמים

השאלה:

אפרת וגילי שיחקו 10 משחקי שחמט זו נגד זו. כל משחק הסתיים בניצחון של אחת מהן או בתיקו. מספר המשחקים שבהם ניצחה אפרת גדול פי 2 ממספר המשחקים שבהם ניצחה גילי.

איזה מהמספרים הבאים **יכול להיות** מספר המשחקים שהסתיימו בתיקו?

פיתרון:

התובנה המרכזית

היחס בין מספר הניצחונות של אפרת ובין מספר הניצחונות של גילי הוא 2:1. סכום יחידות היחס הוא 3 (שתי יחידות לאפרת ואחת לגילי), ולכן **מספר המשחקים המוכרעים - אלה שלא הסתיימו בתיקו - חייב להתחלק ב-3**. זו כל השאלה, ואין צורך במשוואות.

דרך א' - מציאת מספרי התיקו האפשריים

מבין 10 המשחקים, מספר המשחקים המוכרעים חייב להיות כפולה של 3, כלומר 3, 6 או 9. נחסר כל אחד מהם מ-10 ונקבל את מספר משחקי התיקו האפשריים:

$$10-3=7 \quad , \quad 10-6=4 \quad , \quad 10-9=1$$

מבין המספרים המוצעים - 5, 2, 3 ו-4 - רק המספר 4 מופיע ברשימה.

דרך ב' - בדיקת התשובות ישירות

אפשר גם לגשת מן הכיוון ההפוך: נחסר מ-10 את מספר משחקי התיקו המוצע בכל תשובה, ונבדוק אם המספר המתקבל - מספר המשחקים המוכרעים - מתחלק ב-3:

$10-5=5$

אינו מתחלק ב-3. נפסלת.

$10-2=8$

אינו מתחלק ב-3. נפסלת.

$10-3=7$

אינו מתחלק ב-3. נפסלת.

$10-4=6$

מתחלק ב-3. זו התשובה.

בדיקה

אם היו 4 משחקי תיקו, נותרו 6 משחקים מוכרעים. לפי היחס 2:1 אפרת ניצחה ב-4 משחקים וגילי ב-2 משחקים, ואכן 4 גדול פי 2 מ-2. סך הכול: 4 + 2 + 4 = 10 משחקים, כנדרש.

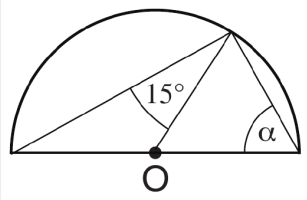
תשובה (4).

שאלה 5 - גיאומטריה - קווים וזוויות במעגל

השאלה:

בסרטוט שלפניכם חצי מעגל שמרכזו O.

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט, $\alpha = ?$



פיתרון:

סימון הנקודות

נסמן ב-A את הקצה השמאלי של הקוטר, ב-B את קצהו הימני, וב-P את הנקודה שעל הקשת. הזווית שגודלה 15° היא הזווית שבין הקטע PA ובין הרדיוס PO, כלומר הזווית APO.

משולש שווה-שוקיים

הקטעים OA ו-OP הם רדיוסים באותו מעגל, ולכן אורכיהם שווים ומשולש AOP הוא משולש שווה-שוקיים. זוויות הבסיס במשולש שווה-שוקיים שוות זו לזו, ומכאן שגם הזווית OAP שווה ל-15°.

תובנת מפתח

הקטע AB הוא קוטר במעגל, וזווית היקפית הנשענת על קוטר שווה תמיד ל-90°. מכאן שהזווית APB שווה ל-90°.

סכום הזוויות במשולש

סכום הזוויות הפנימיות במשולש ABP הוא 180°, ולכן:

$$\alpha = 180^\circ - 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$$

דרך ב' - זווית מרכזית וזווית היקפית

אפשר להגיע לתוצאה גם בלי משפט הזווית ההיקפית הנשענת על קוטר. במשולש שווה-השוקיים AOP שתי זוויות הבסיס הן 15° כל אחת, ולכן זווית הראש - הזווית המרכזית AOP - היא:

$$180^\circ - 15^\circ - 15^\circ = 150^\circ$$

הזווית המרכזית AOP והזווית α נשענות שתיהן על אותה קשת - הקשת AP - אלא ש-α היא זווית היקפית. זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית הנשענת על אותה קשת:

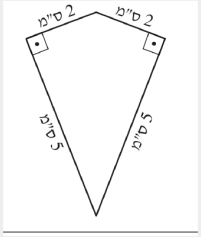
$$\alpha = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ$$

תשובה (1).

שאלה 6 - גיאומטריה - מרובעים

השאלה:

מהו שטחו של הדלתון המתואר בסרטוט (בסמ"ר)?



פיתרון:

פירוק הדלתון לשני משולשים

האלכסון המחבר את הקדקוד העליון של הדלתון עם קדקודו התחתון מחלק אותו לשני משולשים חופפים. בכל אחד מהם אורך ניצב אחד הוא 2 ס"מ, אורך הניצב האחר הוא 5 ס"מ, והזווית שביניהם ישרה - כפי שמסומן בסרטוט.

חישוב שטחו של משולש אחד

שטח משולש ישר-זווית שווה למכפלת ניצביו מחולקת ב-2:

$\frac{2\cdot 5}{2} = 5$

שטחו של כל אחד משני המשולשים הוא 5 סמ"ר.

חישוב שטח הדלתון

הדלתון מורכב משני המשולשים החופפים גם יחד:

$2 \cdot 5 = 10$

שטחו של הדלתון הוא 10 סמ"ר.

תשובה (1).

שאלה 7 - אלגברה - שורשים, אי-שוויונים

השאלה:

נתון: $3 < x < 4$.

איזה מהערכים הבאים יכול להיות ערכו של x?

פיתרון:

העלאת אי-השוויון בריבוע

כל האגפים באי-השוויון חיוביים, ולכן העלאתם בריבוע אינה משנה את כיוונו:

$3^2 < x^2 < 4^2 \quad \Rightarrow \quad 9 < x^2 < 16$

מכאן שאם x הוא שורש ריבועי של מספר כלשהו, אותו מספר חייב להיות גדול מ-9 וקטן מ-16.

בדיקת התשובות

תשובה (1): $\sqrt{8}$ - המספר 8 קטן מ-9, ולכן נפסלת.

תשובה (2): $\sqrt{14}$ - המספר 14 גדול מ-9 וקטן מ-16, ולכן זו התשובה הנכונה.

מכיוון שמצאנו את התשובה הנכונה, אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות; למען הסדר נציין ש-18 ו-22 גדולים מ-16, ולכן גם הן נפסלות.

תשובה (2).

שאלה 8 - בעיה מילולית - אחוזים

השאלה:

המחיר הרגיל של ק"ג בוטנים הוא 5 שקלים. שתי חנויות מוכרות בוטנים במבצע:

חנות **א** מוכרת כל 1.2 ק"ג בוטנים ב-5 שקלים.

חנות **ב** מוכרת בוטנים בהנחה של 20% מהמחיר הרגיל.

אוריאל רוצה לקנות 6 ק"ג בוטנים באחת החנויות.

מה ההפרש (בשקלים) בין הסכום שישלם בחנות **א** לסכום שישלם בחנות **ב**?

פיתרון:

התובנה המרכזית

המספרים העשרוניים שבשאלה נוחים הרבה יותר כשברים פשוטים: $1.2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$ ו-$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{80}{100} = 80\%$. מעבר לשברים חוסך חישובים עשרוניים ומייתר את המחשבון.

התשלום בחנות א

בחנות א 5 שקלים קונים $\frac{6}{5}$ ק"ג. נמצא תחילה את מחיר הקילוגרם, כלומר נחלק את 5 השקלים בכמות שהם קונים. חלוקה בשבר היא כפל בהופכי שלו:

$$5 \ : \ \frac{6}{5} = 5 \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{6}$$

שקלים לק"ג.

כעת נכפול במספר הקילוגרמים שאוריאל קונה:

$$6 \cdot \frac{25}{6} = 25$$

שקלים.

התשלום בחנות ב

המחיר הרגיל של 6 ק"ג הוא $6 \cdot 5 = 30$ שקלים. ההנחה היא 20%, ולפיכך אוריאל משלם 80% מן המחיר הרגיל. נכפול את 30 בשבר $\frac{8}{10}$, שהוא $\frac{4}{5}$:

$$30 \cdot \frac{8}{10} = 30 \cdot \frac{4}{5} = \frac{120}{5} = 24$$

שקלים.

חישוב ההפרש

$$25 - 24 = 1$$

ההפרש בין הסכומים הוא שקל אחד.

תשובה (1).

שאלה 9 - אלגברה - סוגריים וכפל מקוצר

השאלה:

נתונה קובייה שאורך מקצועה n ס"מ.

נתונה תיבה שאורכה $(n+1)$ ס"מ, רוחבה n ס"מ, וגובהה $(n-1)$ ס"מ.

נתון: $n > 1$.

נפח התיבה _____ סמ"ק מנפח הקובייה.

פיתרון:

נפח הקובייה

נפח תיבה הוא מכפלת שלושת ממדיה. בקובייה כל שלושת הממדים שווים זה לזה, ולכן:

$$n \cdot n \cdot n = n^3$$

נפח התיבה

נכפול את שלושת ממדי התיבה. נוח לכפול תחילה את שני הגורמים שבסוגריים, לפי נוסחת הכפל המקוצר $(n+1)(n-1) = n^2 - 1$:

$$(n+1) \cdot n \cdot (n-1) = n \cdot \left(n^2 - 1\right) = n^3 - n$$

השוואת הנפחים

נחסר את נפח התיבה מנפח הקובייה:

$$n^3 - \left(n^3 - n\right) = n$$

מכיוון שנתון $n > 1$, ההפרש חיובי, ומכאן שנפח התיבה קטן מנפח הקובייה ב-n סמ"ק.

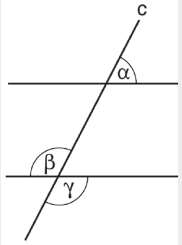
תשובה (3).

שאלה 10 - גיאומטריה - קווים וזוויות

השאלה:

בסרטוט שלפניכם שני ישרים מקבילים, a ו-b. הישר c חותך את הישרים a ו-b.

איזו מהטענות הבאות **אינה** בהכרח נכונה?



פיתרון:

שימו לב

בשאלה מסוג זה עלינו למצוא את הטענה שאינה מתקיימת תמיד. די בדוגמה נגדית אחת כדי לפסול טענה, ולכן נבטא את שלוש הזוויות בעזרת נעלם אחד ונבדוק כל טענה בנפרד.

ביטוי שלוש הזוויות בעזרת נעלם אחד

β ו-γ הן זוויות קודקודיות בנקודת החיתוך של c עם b, ולכן הן שוות זו לזו. כמו כן, α והזווית שמעל הישר b מימין לישר c הן זוויות מתאימות בין מקבילים, ולכן הן שוות; אותה זווית ו-β הן זוויות צמודות על הישר b, ולכן סכומן 180°. מכאן:

$$\alpha+\beta=180^\circ \quad , \quad \beta=\gamma$$

נסמן $\alpha=x$, ולפיכך $\beta=\gamma=180^\circ-x$.

בדיקת הטענות

טענה (1): $180^\circ<\alpha+\beta+\gamma$

כבר ראינו ש-$\alpha+\beta=180^\circ$, ולכן סכום שלוש הזוויות הוא 180° ועוד γ. מכיוון ש-γ היא זווית ולכן גדולה מאפס, הסכום גדול מ-180° בהכרח. הטענה נכונה.

טענה (2): $\alpha+\beta=\alpha+\gamma$

נחסר α משני האגפים ונקבל $\beta=\gamma$ - וזה בדיוק מה שמצאנו, שכן אלו זוויות קודקודיות. הטענה נכונה.

טענה (3): $360^\circ=\gamma+\beta+2\alpha$

נתבונן בנקודת החיתוך של c עם b. סביבה ארבע זוויות שסכומן 360°: שתיים מהן הן β ו-γ, ושתי האחרות שוות ל-α - האחת מפני שהיא מתאימה ל-α בין המקבילים, והאחרת מפני שהיא קודקודית לה. מכאן שסכומן הוא בדיוק $\gamma+\beta+2\alpha=360^\circ$. הטענה נכונה.

טענה (4): $2\alpha<\beta+\gamma$

נציב: $2x<2(180-x)$, ומכאן $4x<360$, כלומר $x<90$. הטענה מתקיימת רק כאשר α קטנה מ-90°; אם למשל $\alpha=120^\circ$, הרי ש-$\beta=\gamma=60^\circ$ ומתקבל $240<120$, שאינו נכון. זו הטענה שאינה בהכרח נכונה.

תשובה (4).

שאלה 11 - בעיה מילולית - קצב ייצור

השאלה:

מפעל **א** מייצר $6a$ מכוניות ב-2 שעות. מפעל **ב** מייצר $4a$ מכוניות ב-6 שעות.

כמה מכוניות מיוצרות במפעל **א** ובמפעל **ב** יחדיו ב-$18a$ שעות?

פיתרון:

התובנה המרכזית

אין צורך לחשב קצבי ייצור לשעה. היחס בין הזמנים והיחס בין הכמויות הם אותו יחס עצמו: אם הזמן גדל פי מספר מסוים, גם כמות המכוניות גדלה פי אותו מספר. לכן די להשוות בין הזמן הנתון בכל מפעל ובין הזמן המבוקש, ולהכפיל את הכמות באותו יחס.

מפעל א

מפעל א מייצר $6a$ מכוניות ב-2 שעות. נבדוק פי כמה גדול הזמן המבוקש מ-2 שעות:

$\frac{18a}{2} = 9a$

הזמן גדול פי $9a$, ולכן גם הכמות גדולה פי $9a$:

$6a \cdot 9a = 54a^2$

מכוניות.

מפעל ב

מפעל ב מייצר $4a$ מכוניות ב-6 שעות. נבדוק פי כמה גדול הזמן המבוקש מ-6 שעות:

$\frac{18a}{6} = 3a$

הזמן גדול פי $3a$, ולכן גם הכמות גדולה פי $3a$:

$4a \cdot 3a = 12a^2$

מכוניות.

סיכום

נסכום את תפוקת שני המפעלים:

$54a^2 + 12a^2 = 66a^2$

תשובה (3).

שאלה 12 - אלגברה - שורשים, פעולה מוגדרת

השאלה:

עבור כל מספר חיובי x הוגדרה הפעולה $\$$ כך: $\$(x) = \sqrt{\frac{1}{x}}$.

נתון: $0 < a$.

$\$\left(\frac{1}{a^2}\right) \cdot \$(a) = ?$

פיתרון:

<u>דרך א' - הצבה בהגדרה</u>

נציב במקום x את $\frac{1}{a^2}$. שבר במכנה מתהפך, ולכן:

$$\$\left(\frac{1}{a^2}\right) = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{a^2}}} = \sqrt{a^2} = a$$

(מכיוון ש-a חיובי, השורש הריבועי של a^2 שווה ל-a.)

כעת נציב במקום x את a:

$$\$(a) = \sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$$

נכפול את שתי התוצאות ונצמצם:

$$a \cdot \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{a}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \sqrt{a}$$

<u>דרך ב' - הצבת דוגמה מספרית</u>

נציב $a = 4$, שהוא מספר חיובי שנוח לחלץ ממנו שורש. $\$\left(\frac{1}{16}\right) = \sqrt{16} = 4$ וגם $\$(4) = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$, ולכן המכפלה שווה ל-$4 \cdot \frac{1}{2} = 2$.

נציב $a = 4$ בתשובות: תשובה (1) נותנת 4, תשובה (2) נותנת $\frac{1}{4}$, תשובה (3) נותנת $\sqrt{4} = 2$, ותשובה (4) נותנת $\frac{1}{2}$. רק תשובה (3) נותנת את הערך 2.

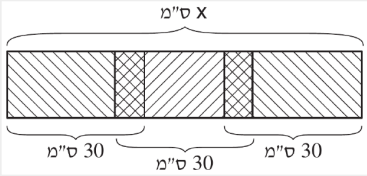
תשובה (3).

שאלה 13 - בעיה מילולית - שטחים, אחוזים

השאלה:

לאלונה שלושה מלבנים זהים מנייר. אורך הצלע הארוכה של כל מלבן הוא 30 ס"מ. אלונה הדביקה את שלושת המלבנים זה לזה לאורך צלעותיהם הקצרות, כך שנוצר מלבן שאורך הצלע הארוכה שלו הוא x ס"מ (ראו סרטוט). גודל השטח המשותף לכל זוג מלבנים שהודבקו זה לזה שווה ל-20% משטחו של כל אחד משלושת המלבנים.

$x = ?$



פיתרון:

התובנה המרכזית

אזור ההדבקה משתרע על כל רוחב המלבן, ורוחבם של שלושת המלבנים זהה. לכן היחס בין שטח ההדבקה ובין שטח המלבן שווה בדיוק ליחס בין **אורכיהם**, ואין כל צורך לסמן את הרוחב במשתנה: אם שטח ההדבקה הוא 20% משטח המלבן, גם אורך ההדבקה הוא 20% מאורך המלבן.

חישוב אורך ההדבקה

אורכו של כל מלבן הוא 30 ס"מ, ולכן אורך ההדבקה הוא 20% מ-30:

$$0.2 \cdot 30 = 6$$

ס"מ.

חישוב אורכו של המלבן שנוצר

סכום אורכיהם של שלושת המלבנים הוא $3 \cdot 30 = 90$ ס"מ. יש שתי הדבקות, ובכל אחת מהן "נבלע" קטע באורך 6 ס"מ, ולכן יש להחסירו פעמיים:

$$x = 3 \cdot 30 - 2 \cdot 6 = 90 - 12 = 78$$

אורך הצלע הארוכה של המלבן שנוצר הוא 78 ס"מ.

מלכודת

מי שיחסיר את אורך ההדבקה פעם אחת בלבד יקבל 84, ומי שיתעלם מן ההדבקות כליל יקבל 90 - שתי תשובות מפתות שאינן נכונות.

תשובה (4).

שאלה 14 - בעיה מילולית - הסתברות

השאלה:

לענת יש 6 קופסאות ובהן סוכריות אדומות וסוכריות ירוקות בלבד. בקופסה הראשונה יש סוכרייה 1 אדומה וסוכרייה 1 ירוקה, בקופסה השנייה יש סוכרייה 1 אדומה ו-2 סוכריות ירוקות, בקופסה השלישית יש סוכרייה 1 אדומה ו-3 סוכריות ירוקות, וכן הלאה, עד הקופסה השישית.

אם ענת תוציא באקראי סוכרייה אחת מכל קופסה, מה הסיכוי שתקבל 6 סוכריות **ירוקות**?

פיתרון:

ההסתברות בכל קופסה בנפרד

בקופסה ה-k יש סוכרייה אדומה אחת ו-k סוכריות ירוקות, ובסך הכול $k+1$ סוכריות. ההסתברות להוציא ממנה סוכרייה ירוקה היא $\frac{k}{k+1}$, ולכן ההסתברויות בשש הקופסאות הן:

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$

חוק הכפל

מכיוון שההוצאה מכל קופסה אינה תלויה בהוצאות מן הקופסאות האחרות, מדובר באירועים בלתי תלויים, והסתברות התרחשותם המשותפת היא מכפלת ההסתברויות:

$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7}$

צמצום המכפלה

המונה של כל שבר שווה למכנה של השבר שלפניו, ולכן כל האיברים מצטמצמים זה עם זה פרט למונה הראשון ולמכנה האחרון:

$\frac{1}{7}$

תשובה (4).

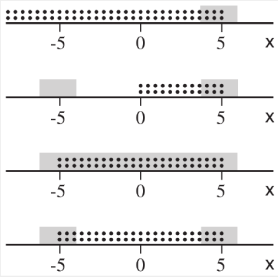
שאלה 15 - אלגברה - ערך מוחלט

השאלה:

תמר ציירה על ציר מספרים נקודות מעל כל התחום שבו $|x| \leq 5$.

נוסף על כך, היא ציירה פס אפור מעל כל התחום שבו $4 \leq |x| \leq 6$.

איזו מן האפשרויות הבאות יכולה לתאר את הציור שהתקבל?



פיתרון:

פענוח תחום הנקודות

ערך מוחלט של מספר הוא מרחקו מן האפס, ולכן $|x| \leq 5$ פירושו שמרחקו של x מן האפס אינו גדול מ-5:

$-5 \leq x \leq 5$

הנקודות מצוירות אפוא על קטע אחד רצוף, מ-(-5) ועד 5.

פענוח תחום הפס האפור

אי-השוויון $4 \leq |x| \leq 6$ פירושו שמרחקו של x מן האפס נמצא בין 4 ל-6. מרחק כזה מתקיים משני עברי האפס, ולכן מדובר בשני קטעים נפרדים:

$4 \leq x \leq 6$ וא $-6 \leq x \leq -4$

בין (-4) ל-4 אין פס אפור כלל.

בדיקת האפשרויות

באפשרות (1) הפס האפור מופיע בצד ימין בלבד, ואילו לפי הנתון עליו להופיע גם בצד שמאל. נפסלת.

באפשרות (2) הנקודות מתחילות ב-0 במקום ב-(-5). נפסלת.

באפשרות (3) הפס האפור רצוף מ-(-6) ועד 6, ואילו לפי הנתון אין פס אפור בתחום שבין (-4) ל-4. נפסלת.

באפשרות (4) הנקודות פרושות בדיוק מ-(-5) עד 5, והפס האפור מופיע בשני הקטעים הנכונים בלבד.

תשובה (4).

שאלה 16 - הסקה מטבלה

השאלה:

מה ההפרש הגדול ביותר (במטרים) בין גבהים של שני בניינים בטבלה **שאינם** באותה עיר?

בניין	עיר	גובה (במטרים)	מקום בדירוג מאה הבניינים הגבוהים בעולם			
			2001	2002	2003	2004
א	ניו יורק	782	1	2	2	3
ב	לאס וגאס	705	2	3	5	6
ג	לאס וגאס	692	4	5	7	9
ד	שיקגו	654	6	7	10	12
ה	סן דיאגו	612	9	12	15	19
ו	בוסטון	580	14	17	20	24
ז	ניו יורק	572	17	21	26	30
ח	בוסטון	553	22	26	31	36
ט	שיקגו	520	26	34	41	46
י	ניו יורק	484	31	40	49	54

פיתרון:

מה מחפשים

ההפרש הגדול ביותר בין גבהים מתקבל בדרך כלל מן הבניין הגבוה ביותר ומן הנמוך ביותר. הבניין הגבוה ביותר הוא א (782 מטרים, ניו יורק), והנמוך ביותר הוא י (484 מטרים) - אך גם הוא בניו יורק, ולכן צמד זה נפסל בשל התנאי שבשאלה.

מציאת הצמד המתאים

נשאיר את הבניין הגבוה ביותר, א, ונחפש את הבניין הנמוך ביותר שאינו בניו יורק. לאחר י (484, ניו יורק) בא ט (520, שיקגו), ועיר זו שונה מניו יורק:

$782 - 520 = 262$

בדיקת חלופה

אפשר גם לוותר על הבניין הגבוה ביותר ולבחור את ב (705, לאס וגאס) מול י (484, ניו יורק), אך ההפרש שיתקבל קטן יותר: $705 - 484 = 221$. מכאן שההפרש הגדול ביותר הוא 262 מטרים.

תשובה (2).

שאלה 17 - הסקה מטבלה

השאלה:

בדירוג של 2001 היה בניין מסוים בטוקיו במקום ה-20.

מקומו של בניין זה בדירוג של 2003 הוא -

בניין	עיר	גובה (במטרים)	מקום בדירוג מאה הבניינים הגבוהים בעולם			
			2001	2002	2003	2004
א	ניו יורק	782	1	2	2	3
ב	לאס וגאס	705	2	3	5	6
ג	לאס וגאס	692	4	5	7	9
ד	שיקגו	654	6	7	10	12
ה	סן דיאגו	612	9	12	15	19
ו	בוסטון	580	14	17	20	24
ז	ניו יורק	572	17	21	26	30
ח	בוסטון	553	22	26	31	36
ט	שיקגו	520	26	34	41	46
י	ניו יורק	484	31	40	49	54

פיתרון:

העיקרון

בין מועדי הפרסום נוספו לדירוג בניינים חדשים, ובניינים קיימים אינם נהרסים. לפיכך מקומו של בניין קיים יכול רק להידרדר, ומספר המקומות שירד שווה בדיוק למספר הבניינים החדשים שנוספו מעליו.

כמה בניינים נוספו מעל המקומות הסמוכים

הבניין ז היה במקום 17 בשנת 2001 ובמקום 26 בשנת 2003, כלומר ירד 9 מקומות, ומכאן שנוספו מעליו 9 בניינים חדשים.

הבניין ח היה במקום 22 בשנת 2001 ובמקום 31 בשנת 2003, כלומר גם הוא ירד 9 מקומות, ולכן גם מעליו נוספו 9 בניינים.

הסקה על הבניין שבטוקיו

מכיוון שמעל המקום ה-17 נוספו 9 בניינים ומעל המקום ה-22 נוספו אף הם 9 בניינים בלבד, הרי שבין המקומות 17 ל-22 לא נוסף אף בניין חדש. הבניין שבטוקיו היה במקום ה-20, שנמצא בין שני המקומות הללו, ולכן נוספו מעליו בדיוק 9 בניינים:

$$20 + 9 = 29$$

תשובה (3).

שאלה 18 - הסקה מטבלה

השאלה:

ייתכן שקיים בניין בגובה _____ מטרים שדורג כאחד מ-_____ הבניינים הגבוהים בעולם **בכל** השנים המתוארות בטבלה.

בניין	עיר	גובה (במטרים)	מקום בדירוג מאה הבניינים הגבוהים בעולם			
			2001	2002	2003	2004
א	ניו יורק	782	1	2	2	3
ב	לאס וגאס	705	2	3	5	6
ג	לאס וגאס	692	4	5	7	9
ד	שיקגו	654	6	7	10	12
ה	סן דיאגו	612	9	12	15	19
ו	בוסטון	580	14	17	20	24
ז	ניו יורק	572	17	21	26	30
ח	בוסטון	553	22	26	31	36
ט	שיקגו	520	26	34	41	46
י	ניו יורק	484	31	40	49	54

פיתרון:

העיקרון

בניין נמצא בדירוג מתחת לכל בניין הגבוה ממנו ומעל כל בניין הנמוך ממנו. לכן מקומו בכל שנה כלוא בין מקומו של הבניין הנמוך ביותר שעדיין גבוה ממנו ובין מקומו של הבניין הגבוה ביותר שכבר נמוך ממנו. די בשנה אחת שבה המקום גרוע מן הנדרש כדי לפסול תשובה.

תשובה (1): גובה 640 מטרים, עשרת הבניינים הגבוהים

הגובה 640 נמצא בין ד (654) ובין ה (612). בדירוג של 2003 היה ד במקום 10, ולכן מקומו של בניין כזה היה 11 לכל הפחות - כלומר הוא לא היה בעשירייה הראשונה. נפסלת.

תשובה (2): גובה 600 מטרים, עשרים הבניינים הגבוהים

הגובה 600 נמצא בין ה (612) ובין ו (580). בשנת 2001 היה ה במקום 9 ו-ו במקום 14, ולכן מקומו של בניין כזה נע בין 10 ל-13; בשנת 2002 - בין 13 ל-16; בשנת 2003 - בין 16 ל-19; ובשנת 2004 - בין 20 ל-23. בכל אחת מן השנים ייתכן שמקומו אינו עולה על 20, ולכן ייתכן שבניין כזה נמנה עם עשרים הגבוהים בכל השנים.

תשובה (3): גובה 570 מטרים, שלושים הבניינים הגבוהים

הגובה 570 נמצא בין ז (572) ובין ח (553). בשנת 2004 היה ז במקום 30, ולכן מקומו של בניין כזה היה 31 לכל הפחות. נפסלת.

תשובה (4): גובה 500 מטרים, ארבעים הבניינים הגבוהים

הגובה 500 נמצא בין ט (520) ובין י (484). בשנת 2003 היה ט במקום 41, ולכן מקומו של בניין כזה היה 42 לכל הפחות. נפסלת.

תשובה (2).

שאלה 19 - הסקה מטבלה

השאלה:

בין הדירוג של 2001 לדירוג של 2004 נוספו לכל הפחות _____ בניינים חדשים לדירוג מאה הבניינים הגבוהים בעולם.

בניין	עיר	גובה (במטרים)	מקום בדירוג מאה הבניינים הגבוהים בעולם			
			2001	2002	2003	2004
א	ניו יורק	782	1	2	2	3
ב	לאס וגאס	705	2	3	5	6
ג	לאס וגאס	692	4	5	7	9
ד	שיקגו	654	6	7	10	12
ה	סן דיאגו	612	9	12	15	19
ו	בוסטון	580	14	17	20	24
ז	ניו יורק	572	17	21	26	30
ח	בוסטון	553	22	26	31	36
ט	שיקגו	520	26	34	41	46
י	ניו יורק	484	31	40	49	54

פיתרון:

העיקרון

ירידתו של בניין קיים בדירוג נובעת כולה מבניינים חדשים שנוספו מעליו. לפיכך מספר הבניינים החדשים שנוספו הוא לפחות כמספר המקומות שירד הבניין שירד הכי הרבה.

חישוב הירידה של כל בניין

א: 2 = 1 - 3, ב: 4 = 2 - 6, ג: 5 = 4 - 9, ד: 6 = 6 - 12, ה: 10 = 9 - 19,

ו: 10 = 14 - 24, ז: 13 = 17 - 30, ח: 14 = 22 - 36, ט: 20 = 26 - 46, י: 23 = 31 - 54.

המסקנה

הירידה הגדולה ביותר היא של הבניין י, שירד 23 מקומות, ומכאן שנוספו מעליו 23 בניינים חדשים לכל הפחות. לפיכך נוספו לדירוג לכל הפחות 23 בניינים חדשים.

תשובה (4).

שאלה 20 - הסקה מטבלה

השאלה:

ייתכן שבתחילת שנת _____ היו חמשת הבניינים הגבוהים בעולם באותה עיר.

בניין	עיר	גובה (במטרים)	מקום בדירוג מאה הבניינים הגבוהים בעולם			
			2001	2002	2003	2004
א	ניו יורק	782	1	2	2	3
ב	לאס וגאס	705	2	3	5	6
ג	לאס וגאס	692	4	5	7	9
ד	שיקגו	654	6	7	10	12
ה	סן דיאגו	612	9	12	15	19
ו	בוסטון	580	14	17	20	24
ז	ניו יורק	572	17	21	26	30
ח	בוסטון	553	22	26	31	36
ט	שיקגו	520	26	34	41	46
י	ניו יורק	484	31	40	49	54

פיתרון:

מה בודקים

בכל שנה נבדוק אילו בניינים מן הטבלה תפסו מקום בחמישייה הראשונה. אם שניים מהם נמצאים בערים שונות, לא ייתכן שכל חמשת הגבוהים היו באותה עיר.

שנת 2001

א במקום 1 (ניו יורק), ב במקום 2 (לאס וגאס) ו-ג במקום 4 (לאס וגאס). בחמישייה יש בניינים משתי ערים שונות, ולכן נפסלת.

שנת 2002

א במקום 2 (ניו יורק), ב במקום 3 (לאס וגאס) ו-ג במקום 5 (לאס וגאס). גם כאן שתי ערים שונות. נפסלת.

שנת 2003

א במקום 2 (ניו יורק) ו-ב במקום 5 (לאס וגאס). שוב שתי ערים שונות בחמישייה. נפסלת.

שנת 2004

הבניין היחיד מן הטבלה שנמצא בחמישייה הראשונה הוא א, במקום 3 (ניו יורק). המקומות 1, 2, 4 ו-5 תפוסים בידי בניינים שאינם מופיעים בטבלה, וייתכן שכולם בניו יורק. זו אפוא השנה היחידה שבה ייתכן שחמשת הבניינים הגבוהים בעולם היו באותה עיר.

תשובה (4).