חורף 2018 – שאלון 035382

אלגברה

1. מחירו של שולחן הוא פי 2 יותר ממחירו של כיסא.

במבצע מכירות הוזל מחיר השולחן ב־ 15% , ומחירו של הכיסא הוזל ב־ 25% .

אלי קנה שולחן אחד ו־ 3 כיסאות במחירי המבצע ושילם 1,343 שקלים סך הכול.

א. חשב מה היה המחיר של כיסא לפני המבצע, ומה היה המחיר של שולחן לפני המבצע.

בתקציב של אלי היה אפשר לקנות בדיוק שולחן אחד ו־ 3 כיסאות במחיר שלפני המבצע.

ב. האם סכום הכסף שחסך אלי בזכות המבצע יספיק לקניית עוד כיסא? נמק.

פתרון:

א. נבנה טבלה ובה נייצג את מחירי הכיסא והשולחן לפני ואחרי ההנחה באמצעות x. נתון שמחירו של שולחן לפני ההנחה גדול פי 2 ממחירו של הכיסא. נסמן:

מחיר כיסא לפני ההנחה ← x   מחיר שולחן לפני ההנחה ← 2x

נתון שמחיר הכיסא אחרי ההנחה הוזל ב-25%, לכן נסמן את מחירו אחרי ההנחה ב-0.75%. כמו כן נתון שמחיר השולחן (2x) הוזל ב-15% ממחירו המקורי:

$$\frac{85}{100}\cdot 2x = 1.7x$$

	הנחה	מחיר לפריט בודד	מספר פריטים	סה"כ
מחיר כיסא	לפני	x	3	3x
	אחרי	0.75x	3	2.25x
מחיר שולחן	לפני	2x	1	2x
	אחרי	1.7x	1	1.7x

לפי הנתונים אלי שילם 1,343 שקלים אחרי ההנחה עבור שולחן אחד ו-3 כיסאות. נביע זאת בעזרת המשוואה:

$$2.25x + 1.7x = 1,343$$

$$3.95x = 1,343 \quad /\div 3.95$$

$$x = 340$$

מצאנו שמחיר הכיסא לפני ההנחה היה 340 שקלים. לכן מחיר השולחן לפני ההנחה היה:

$$2 \cdot 340 = 680$$

תשובה:

מחיר שולחן לפני ההנחה היה 680 שקלים, ומחיר כיסא לפני ההנחה היה 340 שקלים

ב. נחשב את התקציב של אלי:

3 כיסאות + שולחן = תקציב

$$\text{תקציב} = 680 + 3 \cdot 340 = 1{,}700$$

נחשב כמה כסף חסך אלי:

$$1{,}700 - 1{,}343 = 357$$

מחיר הכיסא לאחר ההנחה:

$$0.75x = 0.75 \cdot 340 = 255$$

$$357 > 255$$

ולכן הסכום שנותר לאלי יספיק לו לקניית כיסא נוסף במחירו לאחר ההנחה.

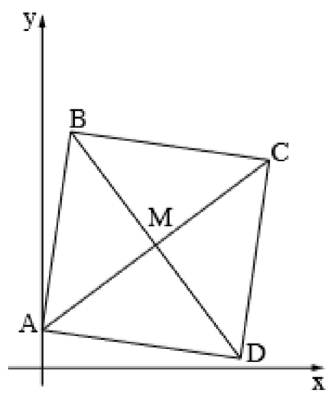
תשובה:

הסכום שאלי חסך **יספיק** לו לקניית כיסא נוסף במחיר המבצע

.2 ABCD הוא ריבוע. הקודקוד A נמצא על ציר ה־ y (ראה ציור).

נתון: שיעור ה־ x של הקודקוד C הוא 24,

משוואת האלכסון AC היא $y=\frac{3}{4}x+4$.



א. (1) מה הם שיעורי הקודקוד A ?

(2) מצא את שיעור ה־ y של הקודקוד C .

M היא נקודת מפגש האלכסונים בריבוע ABCD .

ב. (1) מהו שיפוע האלכסון BD ?

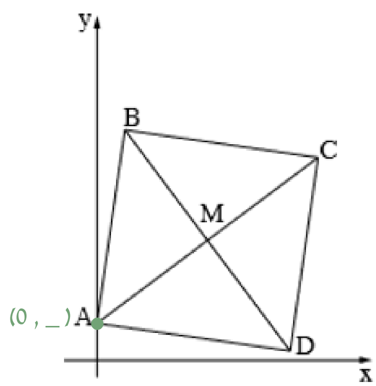
(2) מצא את משוואת האלכסון BD .

הישר BD חותך את ציר ה־ y בנקודה E .

ג. מצא את היקף המשולש AME .

פתרון:

א. (1) הקודקוד A הוא נקודת החיתוך בין ציר ה-y לישר AC ← $y=\frac{3}{4}x+4$



נציב $x=0$ במשוואת הישר:

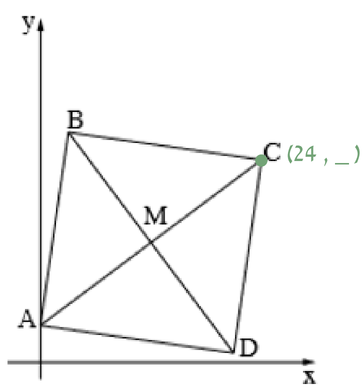
$$y=\frac{3}{4}\cdot 0+4$$

$$y=4$$

תשובה:

שיעורי הנקודה A : A(0 , 4)

(2) נתון ששיעור ה-x של הקודקוד C הוא 24. קודקוד C נמצא על הישר AC ולכן נציב $x=24$ במשוואת הישר:



$$y=\frac{3}{4}\cdot 24+4=22$$

מצאנו ששיעורי הקודקוד C הם C(24 , 22).

תשובה:

שיעור ה-y של הנקודה C הוא 22

ב. (1) אלכסוני הריבוע מאונכים זה לזה, ולכן שיפועי האלכסונים הופכיים ונגדיים זה לזה:

$$m_{BD} \cdot m_{AC} = -1$$

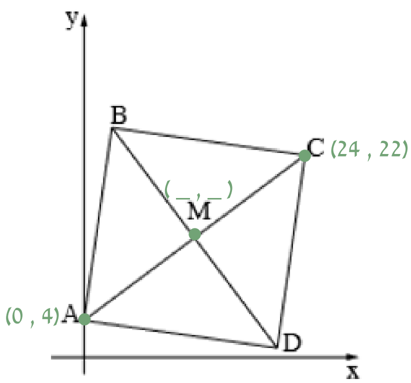
$$m_{BD} \cdot \frac{3}{4} = -1 \quad / \div \frac{3}{4}$$

$$m_{BD} = -\frac{4}{3}$$

תשובה:

שיפוע אלכסון BD הוא $-\frac{4}{3}$

(2) כדי למצוא את משוואת ישר BD עלינו למצוא את השיפוע של האלכסון ונקודה עליו ולהציב אותם בנוסחת הקו הישר.



בסעיף הקודם מצאנו את **שיפוע** הישר BD: $m_{BD} = -\frac{4}{3}$.

כעת נמצא את **הנקודה** M, שהינה נקודת החיתוך בין הישר הרצוי BD לישר הנתון AC:

נתון שהנקודה M היא מפגש האלכסונים בריבוע ABCD, ומכאן שהיא מחלקת את כל אחד מהאלכסונים לשני חלקים שווים. כלומר, הנקודה M נמצאת במרכז הקטע AC, לכן ניעזר בנוסחת אמצע קטע:

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{24 + 0}{2} = 12$$

$$y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{4 + 22}{2} = 13$$

מצאנו ששיעורי הנקודה M הם $M(12,13)$.

כעת ניגש לנוסחת הקו הישר ונציב את השיפוע והנקודה שקיבלנו:

$$y - 13 = -\frac{4}{3}(x - 12)$$

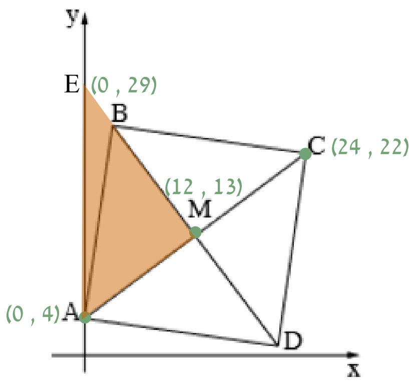
$$y - 13 = -\frac{4}{3}x + 16 \quad /+13$$

$$y = -\frac{4}{3}x + 29$$

תשובה:

משוואת אלכסון BD היא $y = -\frac{4}{3}x + 29$

ג. בסעיף זה התבקשנו למצוא את היקף משולש AME. ראשית נמצא את הנקודה E:



לפי הנתונים נקודה E היא נקודת החיתוך של הישר BD עם ציר ה-y, לכן נציב $x = 0$ במשוואת הישר BD:

$$y = -\frac{4}{3} \cdot 0 + 29 = 29$$

מצאנו ששיעורי הנקודה E הם $E(0,29)$.

נמצא את אורך כל אחת מצלעות המשולש AME –

הצלע EA מונחת על ציר ה-y, ולכן נוכל למצוא פשוט את ההפרש בין שיעורי ה-y של הקודקודים E ו-A:

$$\mathbf{d_{EA}} = y_E - y_A = 29 - 4 = 25$$

ניעזר בנוסחת הדיסטנס ונמצא את אורכי הצלעות EM ו-AM:

$$\mathbf{d_{EM}} = \sqrt{(x_E - x_M)^2 + (y_E - y_M)^2} = \sqrt{(0-12)^2 + (29-13)^2}$$

$$\sqrt{(-12)^2 + (16)^2} = \sqrt{400} = 20$$

$$\mathbf{d_{AM}} = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2} = \sqrt{(0-12)^2 + (4-13)^2}$$

$$\sqrt{(-12)^2 + (-9)^2} = \sqrt{225} = 15$$

נחשב את סכום הצלעות:

$$P_{AME} = EA + EM + AM = 25 + 20 + 15 = 60$$

תשובה:

היקף המשולש הוא 60 יח'

3. נתון מעגל שמשוואתו היא $(x+4)^2+(y+2)^2=40$.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של המעגל
עם החלק החיובי של ציר ה־ x (ראה ציור).

א. מצא את שיעורי הנקודה A .

נתונה הנקודה $B(-6,4)$.

ב. הראה כי הנקודה B נמצאת על המעגל.

הנקודה C נמצאת על המעגל כך ש־ AC הוא קוטר במעגל.

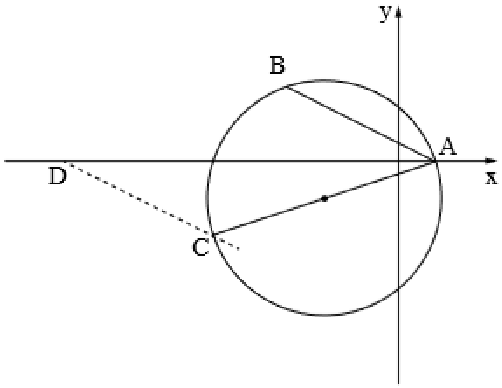
ג. מצא את שיעורי הנקודה C .

דרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לישר AB .

ד. מצא את משוואת הישר שהעבירו (הישר המקווקו בציור).

הישר שאת משוואתו מצאת בסעיף ד חותך את ציר ה־ x בנקודה D .

ה. חשב את שטח המשולש ADC .



פתרון:

א. לפי הנתונים נקודה A היא נקודת החיתוך של המעגל עם ציר ה-x, לכן נציב $y=0$ במשוואת המעגל:

$$(x+4)^2+(0+2)^2=40$$

$$(x+4)^2+4=40$$

$$x^2+8x+16+4=40$$

$$x^2+8x+20=40 \quad /-40$$

a = 1　　b = 8　　c = -20

$$x^2+8x-20=0$$

ניעזר בנוסחת השורשים:

$$x_{1,2}=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4\cdot1\cdot(-20)}}{2\cdot1}$$

$$\frac{-8\pm\sqrt{144}}{2}=\frac{-8\pm12}{2}$$

$$x_1=\frac{-8+12}{2}=2 \qquad x_2=\frac{-8-12}{2}=-10$$

לפי הגרף שיעורי ה-x של הנקודה A חיוביים, ולכן נקודה A: (2,0).

תשובה:

שיעורי הנקודה A: A(2 , 0)

ב. כדי להראות שנקודה B(-6 , 4) נמצאת על המעגל עלינו להציב את שיעוריה במשוואת המעגל ולבדוק האם מתקבל פסוק אמת:

$$(x+4)^2+(0+2)^2=40$$

$$(-6+4)^2+(4+2)^2=40$$

$$(-2)^2+(6)^2=40$$

$$4+36=40$$

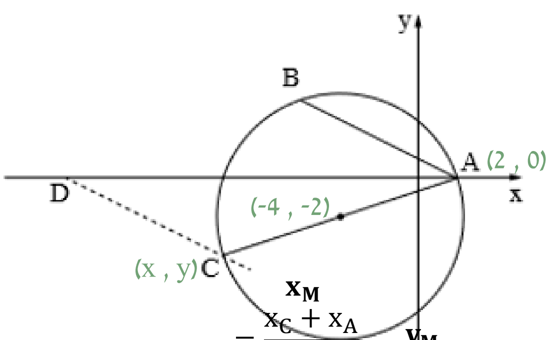
$$40=40$$

תשובה:

קיבלנו פסוק אמת, ולכן הנקודה B(-6 , 4) נמצאת על המעגל שמשוואתו $(x+4)^2+(0+2)^2=40$

ג. בסעיף זה התבקשנו למצוא את שיעורי נקודה C.

AC הוא קוטר במעגל, ולכן מרכז המעגל M (-4, -2) הוא אמצע הקטע AC. ניעזר בנוסחת אמצע קטע:



$$\mathbf{x_M}=\frac{x_C+x_A}{2} \qquad \mathbf{y_M}=\frac{y_C+y_A}{2}$$

$$-4=\frac{x_C+2}{2} \quad /\cdot 2 \qquad -2=\frac{y_C+0}{2} \quad /\cdot 2$$

$$-8=x_C+2 \qquad x_C=-4$$

$$x_M=-10$$

$$\mathbf{x_M}=\frac{x_C+x_A}{2} \qquad \mathbf{y_M}=\frac{y_C+y_A}{2}$$

$$-4=\frac{x_C+2}{2} \quad /\cdot 2 \qquad -2=\frac{y_C+0}{2} \quad /\cdot 2$$

$$-8=x_C+2 \qquad x_C=-4$$

$$x_M=-10$$

תשובה:

שיעורי הנקודה C: $C(-10,-4)$

ד. כדי למצוא משוואת ישר עלינו לחפש שיפוע ונקודה. את שיעורי הנקודה C הנמצאת על גבי הישר CD מצאנו בסעיף הקודם, ונתון שהישר AB מקביל לישר CD ולכן יש לשני הישרים אותו שיפוע:

$$m_{CD}=m_{AB}$$

נמצא תחילה את שיפוען של AB:

$$m_{AB}=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{0-4}{2-(-6)}$$

$$m_{AB}=-\frac{4}{8}=-\frac{1}{2}$$

נציב את השיפוע שקיבלנו ואת הנקודה C שעל הישר בנוסחת הקו הישר:

$$y-(-4)=-\frac{1}{2}(x+10)$$

$$y+4=-\frac{1}{2}x-5$$

$$y=-\frac{1}{2}x-9$$

תשובה:

משוואת הישר CD היא $y=-\frac{1}{2}x-9$

ה. נקודה D נמצאת על ציר ה-x ולכן נציב $y=0$ במשוואת הישר CD:

$$0=-\frac{1}{2}x-9 \quad /+9$$

$$9=-\frac{1}{2}x \quad /\div\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$x=-18$$

תשובה:

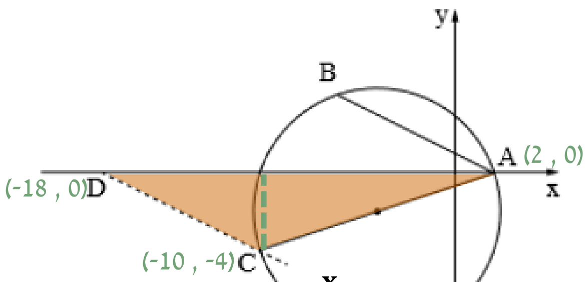
שיעורי הנקודה D: $D(-18\,,0)$

ה. בסעיף זה התבקשנו לחשב את שטח משולש ADC, ולכן נמצא גובה ובסיס.

מציאת גובה:

נמתח גובה מקודקוד C לצלע AD. נשים לב שהצלע AD מונחת על ציר ה-x והגובה המאונך לה מקביל לציר ה-y. מכאן שנוכל לחשב את ערכו בעזרת חיסור שיעור ה-y של הנקודה C מ-0:

$$h = y_A - y_C = 0 - (-4) = 4$$



$$x_M = \frac{x_C + x_A}{2}$$

$$-4 = \frac{x_C + 2}{2} \quad /\cdot 2$$

$$-8 = x_C + 2$$

$$x_M = -10$$

$$y_M = \frac{y_C + y_A}{2}$$

$$-2 = \frac{y_C + 0}{2} \quad /\cdot 2$$

$$x_C = -4$$

מציאת בסיס:

נחשב את אורכה של הצלע AD המונחת על ציר ה-x, בעזרת חיסור שיעורי ה-x של הקודקודים A ו-D:

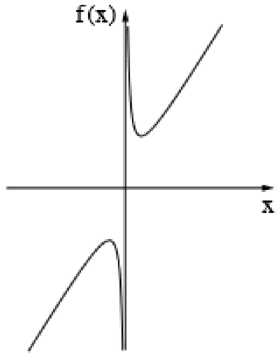
$$AD = x_A - x_B = 2 - (-18) = 20$$

כעת ניגש לנוסחת שטח משולש ונציב את הנתונים:

$$S_{ADC} = \frac{AD \cdot h}{2} = \frac{20 \cdot 4}{2} = 40$$

תשובה:

שטח משולש ADC הוא 40 יח"ר



4. לפניך גרף הפונקציה $f(x)=4x+\frac{16}{x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן בהסתמך על הגרף.

בנקודה שבה $x=4$ העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) מצא את שיפוע המשיק.

(2) מצא את משוואת המשיק.

ד. (1) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של שני המשיקים.

פתרון:

א. הפונקציה מכילה שבר שבו ערך ה-x נמצא במכנה:

$$f(x)=4x+\frac{16}{x}$$

המכנה לא יכול להתאפס, ולכן תחום ההגדרה הוא $x\neq 0$.

תשובה:

$\boxed{\text{תחום ההגדרה של הפונקציה הוא } x\neq 0}$

ב. עלינו למצוא את נקודות הקיצון לכן נגזור את הפונקציה ונשווה את הנגזרת ל-0:

$$f(x)=4x+\frac{16}{x}$$

$$f'(x)=4-\frac{16}{x^2}$$

$$0=4-\frac{16}{x^2}\quad /+\frac{16}{x^2}$$

$$\frac{16}{x^2}=4\quad /\cdot x^2$$

$$16=4x^2\quad /\div 4$$

$$4=x^2\quad /\sqrt{}$$

$$x=\pm 2$$

נציב את הנקודות החשודות לקיצון בטבלה יחד עם תחום ההגדרה:

x	$x=-3$	$x=-2$	$x=-1$	$x=0$	$x=1$	$x=2$	$x=3$
$f'(x)$	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	MAX	↘		↘	MIN	↗

קיבלנו שבהצבת $x=-2$ מתקבלת נקודת מקסימום ובהצבת $x=2$ מתקבלת נקודת מינימום. נציב את שיעורי ה-x האלו בפונקציה המקורית ונמצא את שיעורי ה-y של כל אחת מהנקודות:

$$f(2)=4\cdot 2+\frac{16}{2}=16$$

$$f(-2)=4\cdot(-2)+\frac{16}{-2}=-16$$

תשובה:

מצאנו שלפונקציה ישנה נקודת מקסימום בנקודה $(-2\,,-16)$, ונקודת מינימום בנקודה $(2\,,16)$

ג. (1) כדי למצוא את שיפוע המשיק נציב את שיעור ה-x של נקודת ההשקה $x=4$ במשוואת הנגזרת:

$$f'(4)=4-\frac{16}{4^2}=3$$

תשובה:

מצאנו ששיפוע המשיק בנקודה בה $x=4$ הוא 3

(2) כדי למצוא את משוואת המשיק עלינו למצוא שיפוע ונקודה. את השיפוע מצאנו בסעיף הקודם, ונתון לנו כי בנקודת ההשקה $x=4$. נציב זאת בפונקציה:

$$f(4)=4\cdot 4+\frac{16}{4}=20$$

קיבלנו נקודה על המשיק: $(4\,,20)$. נציב את השיפוע ואת הנקודה בנוסחת הקו הישר:

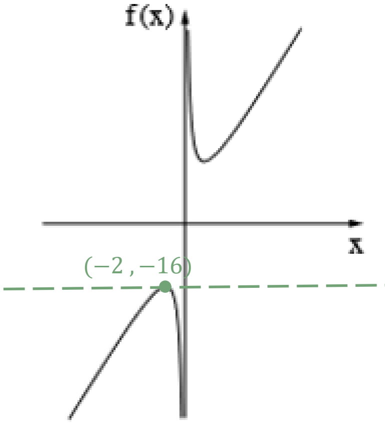
$$y-20=3(x-4)$$

$$y-20=3x-12\qquad /+20$$

$$y=3x+8$$

תשובה:

משוואת המשיק היא $y=3x+8$



ד. (1) הישר המשיק לנקודת המקסימום בפונקציה הינו מקביל לציר ה-x, שכן בנקודה זו השיפוע שווה ל-0. בסעיפים קודמים מצאנו ששיעורי נקודת המקסימום הם (‎-2 , -16‎) וידוע שהמשיק עובר בנקודה זו. מכאן נוכל להסיק ששיעור ה-y שלה זהה לזה של משוואת הישר המקביל:

$$y = y_{MAX} = -16$$

תשובה:

משוואת המשיק היא $y = -16$

(2) משוואת המשיק הראשון ← $y = 3x + 8$

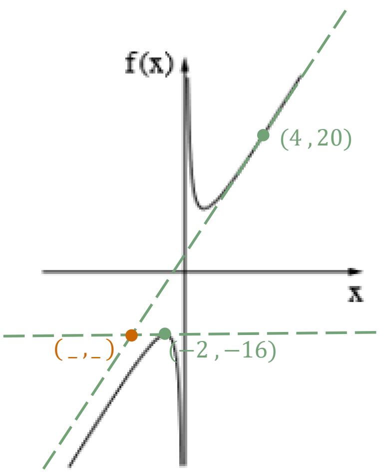
משוואת המשיק השני ← $y = -16$

על מנת למצוא את נקודת החיתוך בין הישרים נשווה את משוואותיהם:

$$3x + 8 = -16 \quad /-8$$

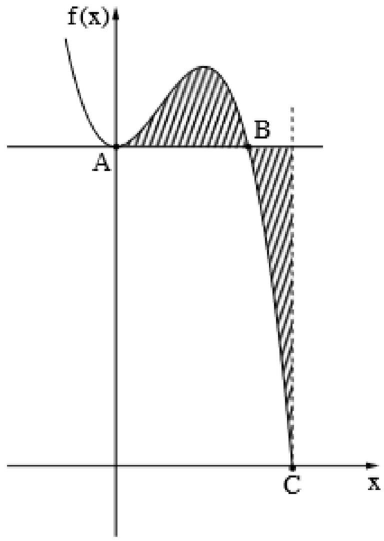
$$3x = -24 \quad /\div 3$$

$$x = -8$$



תשובה:

נקודת החיתוך בין המשיקים היא $(-8, -16)$



5. לפניך ציור של גרף הפונקציה $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 16$.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ y .

א. מצא את שיעורי הנקודה A .

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה־ x .

ב. מצא את משוואת הישר.

הישר חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה נוספת, B .

(שיעור ה־ y של הנקודה B שווה לשיעור ה־ y של הנקודה A).

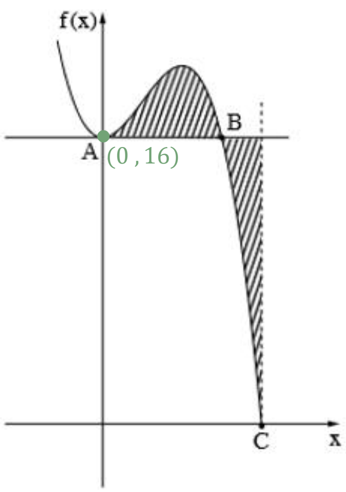
ג. מצא את שיעורי הנקודה B .

נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x היא $C(4, 0)$.

דרך הנקודה C העבירו ישר המאונך לציר ה־ x (הישר המקווקו בציור).

ד. חשב את השטח המקווקו בציור:

השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר AB ועל ידי הישר המאונך לציר ה־ x .



פתרון:

א. נתון שהנקודה A היא נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-y. נציב $x = 0$ במשוואה:

$$f(0) = -0^3 + 3 \cdot 0^2 + 16 = 16$$

תשובה:

שיעורי הנקודה A: $A(0, 16)$

ב. נתון שהעבירו משיק המקביל לציר ה-x בנקודה A. לפי הנתונים הנקודה $(0, 16)$ נמצאת עליו ולכן נוכל להסיק ששיעור ה-y שלה זהה לזה של משוואת הישר המקביל:

$$y = y_A = 16$$

תשובה:

משוואת הישר היא: $y = 16$

ג. נתון שהישר $y = 16$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה B.

משוואת הפונקציה ← $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 16$

משוואת המשיק ← $y = 16$

נשווה בין המשוואות במטרה למצוא את נקודת החיתוך B:

$$16 = -x^3 + 3x^2 + 16 \quad /-16$$

$$0 = -x^3 + 3x^2$$

נוציא גורם משותף x, במטרה להיפטר מהחזקה השלישית:

$$0 = x^2(-x + 3)$$

$x = 0$ $\quad$ $x = 3$

$A(0 , 16)$ $\quad$ $B(3 , 16)$

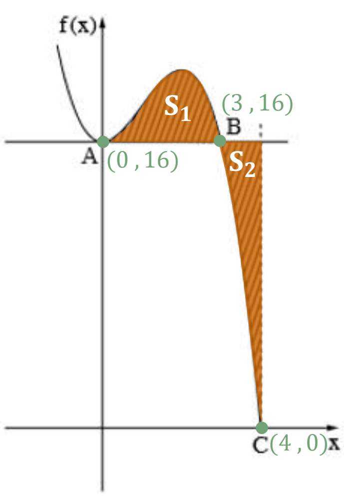
נזהה שאחת מהנקודות שהתקבלו היא נקודה A אותה מצאנו בסעיף א׳.

תשובה:

שיעורי הנקודה B: $B(3 , 16)$

ד. בסעיף זה התבקשנו לחשב את השטח האפור. נשים לב שמדובר בשני שטחים, אותם נסמן כ-S_1 ו-S_2:

נחשב את S_1:



פונקציה עליונה ← $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 16$

פונקציה תחתונה ← $y = 16$

הפרש ← $-x^3 + 3x^2 + 16 - 16 = -x^3 + 3x^2$

הנקודות A ו-B אותן חישבנו בסעיפים הקודמים תוחמות את השטח S_1 ולכן נשתמש בשיעורי ה-x שלהן בחישוב האינטגרל:

$$\int_0^3 (-x^3 + 3x^2)dx = \left[-\frac{x^4}{4} + x^3\right]_0^3 =$$

$$\left(-\frac{3^4}{4} + 3^3\right) - \left(-\frac{0^4}{4} + 0^3\right) = 6.75$$

נחשב את S_2:

פונקציה עליונה ← $y = 16$

פונקציה תחתונה ← $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 16$

הפרש ← $16 - (-x^3 + 3x^2 + 16) = x^3 - 3x^2$

הנקודות B אותה חישבנו קודם לכן והנקודה C הנתונה לנו תוחמות את השטח S_2 ולכן נשתמש בשיעורי ה-x שלהן בחישוב האינטגרל:

$$\int_3^4 (x^3 - 3x^2)dx = \left[\frac{x^4}{4} - x^3\right]_3^4 =$$

$$\left(-\frac{4^4}{4} + 4^3\right) - \left(-\frac{3^4}{4} + 3^3\right) = \quad 0 - (-6.75) = 6.75$$

נחבר את השטחים:

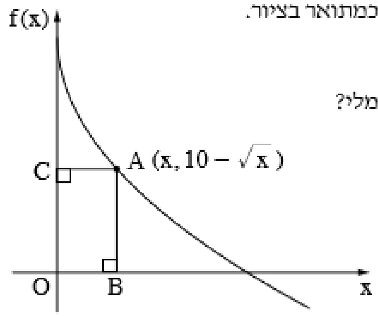
$$S = S_1 + S_2$$

$$S = 6.75 + 6.75 = 13.5$$

תשובה:

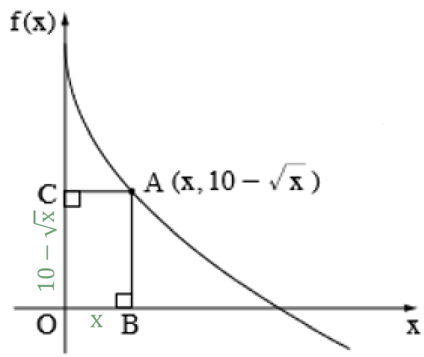
גודלו של השטח המקוקו בציור הוא 13.5 יח"ר

6. הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על גרף הפונקציה $f(x)=10-\sqrt{x}$, $(0<x)$.
מן הנקודה A מורידים אנכים לצירים, החותכים אותם בנקודות B ו- C , כמתואר בציור.
O היא ראשית הצירים.
א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן ABOC הוא מינימלי?
ב. מהו ההיקף המינימלי של המלבן ABOC ?



פתרון:

א. ראשית נביע את היקף המלבן:



$$P(x)_{\text{מלבן}} = 2\cdot OB + 2\cdot OC$$

$$P(x)_{\text{מלבן}} = 2\cdot x + 2\cdot\left(10-\sqrt{x}\right) = 2x+20-2\sqrt{x}$$

התבקשנו לחשב את ההיקף המינימאלי של המלבן לכן נגזור את הפונקציה ולאחר מכן נשווה את הנגזרת ל-0:

$$P(x)_{\text{מלבן}} = 2x+20-2\sqrt{x}$$

$$P'(x)_{\text{מלבן}} = 2-\frac{2}{2\sqrt{x}}$$

$$0 = 2-\frac{2}{2\sqrt{x}} \quad /+\frac{2}{2\sqrt{x}}$$

$$\frac{2}{2\sqrt{x}} = 2 \quad /\cdot 2\sqrt{x}$$

$$2 = 4\sqrt{x} \quad /\div 4$$

$$\frac{1}{2} = \sqrt{x} \quad /\cdot x^2$$

$$x = \frac{1}{4}$$

נציב בטבלת ערכים את נקודת הקיצון החשודה בתחום ההגדרה של הפונקציה שהוא $0<x$ (אורכה של צלע חייב להיות גדול מ-0):

x	$x=0$	$x=\frac{1}{8}$	$x=\frac{1}{4}$	$x=1$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$		↘	MIN	↗

$$f'(1) = 2 - \frac{2}{2\sqrt{1}} = 1 \ > 0 \rightarrow \ 0 < f'(1)$$

$$f'\left(\frac{1}{8}\right) = 2 - \frac{2}{2\cdot\sqrt{\frac{1}{8}}} = -0.82 \rightarrow f'\left(\frac{1}{8}\right) < 0$$

נציב את הערך שמצאנו $x = \frac{1}{4}$ בשיעורי הנקודה $(x, 10 - \sqrt{x})$ ונקבל: $\left(\frac{1}{4}\ ,9.5\right)$

תשובה:

שיעורי הנקודה A בעבורם היקף המלבן הוא מינימלי הם $A\left(\frac{1}{4}\ ,9.5\right)$

ב. נציב $x = \frac{1}{4}$ בפונקציה שיצרנו בסעיף הקודם, ונמצא את ההיקף המינימאלי:

$$P\left(\frac{1}{4}\right)_{\text{מלבן}} = 2\cdot\frac{1}{4} + 20 - 2\sqrt{\frac{1}{4}} = 19.5$$

תשובה:

היקפו המינימלי של המלבן הוא 19.5 יח"ר