

מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(2)	(3)	(3)	(2)	(3)	(2)	(3)	(1)	(2)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(2)	(4)	(3)	(2)	(3)	(1)	(1)	(3)	(1)	(1)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-8)

שאלה 1 – בעיות מילוליות – אחוזים והנחות

השאלה: בחנות צעצועים כלשהי, בכל קנייה של שני צעצועים ניתנת הנחה של 40% על הצעצוע הזול שבהם. מנחם קנה בחנות שני צעצועים שמחיריהם, לפני הנחה, היו 40 שקלים ו-50 שקלים.

כמה שילם מנחם עבור הצעצועים (בשקלים)?

פתרון:

הצעצוע היקר: 50 ₪ (ללא הנחה)

הצעצוע הזול: 40 ₪ (לפני הנחה)

ההנחה ניתנת על הצעצוע הזול בלבד (40% הנחה).

מחיר הצעצוע הזול אחרי הנחה:

$$40 - 40\% \times 40 = 40 - 16 = 24 \text{ ₪}$$

או בדרך אחרת: אם יש 40% הנחה, משלמים 60% מהמחיר:

$$60\% \times 40 = 0.6 \times 40 = 24 \text{ ₪}$$

$$\text{סה"כ: } 50 + 24 = 74 \text{ ₪}$$

תשובה (4).

שאלה 2 – אלגברה – מערכת משוואות

נתון:

$$3x - 5 = 6 + 2y$$

$$3x + 5 = 6 - 2y$$

$$x = ?$$

פתרון:

נחבר את שתי המשוואות:

$$(3x - 5) + (3x + 5) = (6 + 2y) + (6 - 2y)$$

$$6x = 12$$

$$x = 2$$

תשובה (2).

שאלה 3 – גיאומטריה – שטח טרפז

השאלה: במערכת הצירים שלפניכם נתונות הנקודות A ו-B. לפי הנתונים שבסרטוט, מה גודל שטחו של הטרפז (סך כל השטח האפור)?

מהסרטוט: A(2,5), B(4,0)

פתרון:

נזהה את קודקודי הטרפז מהסרטוט:

- הקודקוד השמאלי העליון: (0, 5)
- הקודקוד הימני העליון: A = (2, 5)
- הקודקוד הימני התחתון: B = (4, 0)
- הקודקוד השמאלי התחתון: (0, 0) – ראשית הצירים

הצלעות המקבילות (האופקיות) הן:

- הצלע העליונה: מ-(0,5) עד (2,5), אורכה 2
- הצלע התחתונה: מ-(0,0) עד (4,0), אורכה 4

גובה הטרפז (המרחק בין הצלעות המקבילות): 5

$$S = \frac{(b_1 + b_2) \times h}{2} \quad \text{נוסחת שטח טרפז:}$$

$$\frac{(2+4) \times 5}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = \frac{30}{2} = 15 \quad \text{נציב:}$$

תשובה (3).

חורף 2019 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

שאלה 4 – גיאומטריה – זוויות ישרים מקבילים

השאלה: בסרטוט שלפניכם הישר a מקביל לישר b. לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,

$$? = \alpha + \beta + \gamma$$

מהסרטוט: זווית של 140° ליד α

פתרון:

כאשר שני ישרים מקבילים נחתכים על ידי ישר (חותך), נוצרים זוגות של זוויות עם קשרים מיוחדים.

מהסרטוט, הזווית 140° והזווית α הן **זוויות צמודות** (על אותו ישר), לכן:

$$\alpha = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

הזווית β והזווית 140° הן **זוויות מתחלפות** (בין ישרים מקבילים), לכן:

$$\beta = 140^\circ$$

הזווית γ והזווית β הן **זוויות צמודות** (על אותו ישר), לכן:

$$\gamma = 180^\circ - \beta = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

לכן:

$$\alpha + \beta + \gamma = 40^\circ + 140^\circ + 40^\circ = 220^\circ$$

תשובה (3).

שאלה 5 – אלגברה – בעיית מילים

השאלה: בחנות לציד משרדי עיפרון עולה 3 שקלים, מחדד עולה 6 שקלים ועט עולה 12 שקלים. יואל קנה בחנות עפרונות, מחדדים ועטים (לפחות פריט אחד מכל סוג). איזה מהמספרים הבאים אינו יכול להיות המחיר ששילם יואל תמורת כל הפריטים שקנה (בשקלים)?

פתרון:

מינימום הקנייה הוא פריט אחד מכל סוג:

$$3 + 6 + 12 = 21 \text{ ש"ח}$$

נבדוק כל תשובה – האם אפשר להגיע לסכום הזה?

(1) 48: $48 - 21 = 27$. אפשר לקנות עוד 9 עפרונות ($9 \times 3 = 27$). **אפשרי**

(2) 52: $52 - 21 = 31$. האם אפשר להרכיב 31 מכפולות של 3, 6 ו-12? הסכום הקרוב ביותר עם עטים הוא 24 (שני עטים), ונשארים 7 שקלים – ו-7 לא מתחלק ב-3 או ב-6. **לא אפשרי**

(3) 57: $57 - 21 = 36$. אפשר לקנות עוד 12 עפרונות ($12 \times 3 = 36$). **אפשרי**

(4) 63: $63 - 21 = 42$. אפשר לקנות עוד 14 עפרונות ($14 \times 3 = 42$). **אפשרי**

דרך נוספת – הסבר אלגברי:

הסכום הכולל הוא תמיד: $21 + 3a + 6b + 12c$

זה שווה ל: $21 + 3(a + 2b + 4c)$ ו-21 כפולה של 3

לכן כל סכום אפשרי חייב להיות 21 ועוד כפולה של 3.

$52 - 21 = 31$, ו-31 אינו מתחלק ב-3, לכן 52 לא אפשרי.

תשובה (2).

חורף 2019 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

שאלה 6 – אלגברה – בעיית קצב (ברזים)

השאלה: בברז A מוזרמים מים בקצב של 6 ליטר בדקה, ובברז B מוזרמים מים בקצב של $\frac{1}{2}$ ליטר בדקה. מתחילים להזרים מים לדלי שנפחו 15 ליטר מברז A בלבד. לאחר 20 שניות פותחים את ברז B וכעת זורמים מים לדלי משני הברזים. כעבור כמה זמן **מרגע תחילת הזרמת המים** יתמלא הדלי?

פתרון:

נתון לנו כי נפח הדלי הוא 15 ליטר, וכן שמתחילה אותו ברז A בקצב של 6 ליטר בדקה ולאחר 20 שניות מתווסף גם ברז B שקצבו הוא $\frac{1}{2}$ ליטר בדקה. מכיוון שמתחילים עם שני שלבים, נתחיל בחישוב של כמות מים שהוזרמו בשלב הראשון, כלומר ב-20 השניות הראשונות. בשלב זה, המים הוזרמו רק מברז A.

הקצב של ברז A הוא 6 ליטר בדקה. מכיוון שאנו צריכים לחשב זמן שמתואר בשניות, נמיר את הנתון לליטרים ונקבל שקצב ברז A הוא 6 ליטר ל-60 שניות.

דקה	
6 ליטר	60 שניות
?	20 שניות

ביעזרת חסם אפכי, מכיוון שלחלק את הזמן בשורה הראשונה ב-3 כדי לקבל את הזמן בשורה השנייה, יש לחלק ב-3 גם את נפח המים. כך נקבל שברז A ימלא את הדלי ב-2 ליטרים ב-20 השניות הראשונות.

כעת, עלינו לחשב כמה זמן ייקח לשני הברזים להזרים 13 ליטרים נוספים ($13 = 15 - 2$).

נחשב את ההעברה המשותפת של שני הברזים: ברז A מזרים 6 ליטר בדקה וברז B מזרים $\frac{1}{2}$ ליטר בדקה, לפיכך ביחד הם מזרימים $6 + \frac{1}{2} = 6\frac{1}{2}$ ליטר בדקה.

כדי לחשב בכמה זמן יזרימו שני הברזים 13 ליטרים, ניעזר בריבוע יחסים:

דקה	
$6\frac{1}{2}$ ליטר	1
13 ליטר	?

נכפיל פי 2 גם את שורת הזמן ונקבל כי שני הברזים יזרימו 13 ליטרים ב-2 דקות.

בסך הכל, זמן מילוי הדלי הוא **2 דקות** (השלב השני) ו-**20 שניות** (השלב הראשון).

תשובה (3).

שאלה 7 – אלגברה – טווח ביטוי

השאלה: נתון: $2 < x < 3$, $y = \frac{2x^3}{3x^2}$. מה הטווח המדויק של y?

פתרון:

דרך א' – פישוט ופעולות על אי-שוויון:

נפשט את הביטוי. נצמצם את החזקות של x (נחלק מונה ומכנה ב- x^2) ונקבל: $y = \frac{2x}{3}$.

עכשיו נמצא את הטווח של y. נתון: $2 < x < 3$. נכפיל את כל האגפים ב-2: $4 < 2x < 6$. נחלק את כל האגפים ב-3: $\frac{4}{3} < \frac{2x}{3} < 2$.

מאחר ש- $y = \frac{2x}{3}$, נציב ונקבל: $\frac{4}{3} < y < 2$.

חורף 2019 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

דרך ב' - הצבת ערכי קצה:

לאחר הפשוט קיבלנו $y = \frac{2x}{3}$. נציב את ערכי הקצה של x כדי למצוא את ערכי הקצה של y .

$$\text{נציב } x = 2: \frac{2 \cdot 2}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow y = \frac{4}{3}$$

$$\text{נציב } x = 3: \frac{2 \cdot 3}{3} = 2 \Rightarrow y = 2$$

לכן הטווח הוא $2 > y > \frac{4}{3}$.

התשובה: (2)

שאלה 8 - גאומטריה - מעגל חסום וחוסם במשולש שווה-צלעות

השאלה: בסרטוט שלפניכם משולש שווה-צלעות ושני מעגלים. האחד חוסם את המשולש והאחר חסום במשולש. הנקודה O היא מרכז שני המעגלים. נתון: רדיוס המעגל החסום במשולש הוא 1 ס"מ. מה שטח הטבעת (סך כל השטחים הכהים)?

פתרון:

עלינו לקבוע מהו שטח הטבעת. נשים לב ששטח הטבעת הוא למעשה חיסור בין שטח המעגל הגדול לשטח המעגל הקטן. לפיכך, עלינו למצוא את שטחי שני המעגלים. כדי למצוא שטחי מעגלים, עלינו למצוא את הרדיוסים שלהם.

נתון שרדיוס המעגל החסום, כלומר הקטן, הוא 1 ס"מ, לפיכך שטחו הוא $\pi \cdot 1^2 = \pi$.

עתה, נרצה למצוא את רדיוס המעגל הגדול. כיוון שהנתון המספרי היחיד שלנו הוא רדיוס המעגל הקטן, נרצה להוסיף לסרטוט את רדיוס המעגל הגדול, כך שיהיה קשר בינו לבין רדיוס המעגל הקטן. כידוע, במעגלים בנייה עוזר קלאסית היא העברת רדיוסים לנקודות מגע. לכן, נרצה להעביר רדיוסים לקודקודי המשולש (ראו סרטוט).

כיוון שרדיוסים לקודקודי המשולש שווה צלעות מחלקים את המשולש קשתות שוות, נוכל להסיק כי שלוש הזוויות המרכזיות $\angle AOB$, $\angle BOC$ ו- $\angle COA$ הנוצרות על קשתות אלה הן שוות, וכך גודל כל אחת מהן הוא $\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$.

במשולש AOC, שני הצלעות AO ו-OC הן רדיוסים. המשולש AOC הוא משולש שווה-שוקיים, ולפיכך הגובה OD הוא גם חוצה זווית וגם תיכון. לכן, גודלה של זווית $\angle AOD$ הוא $60^\circ = \frac{120^\circ}{2}$.

קיבלנו כי המשולש AOD הוא משולש ישר זווית בעל זווית של 60° . לכן, זהו משולש זהב. כיוון שידוע לנו כי אורכו של OD הוא 1 ס"מ, ניתן להשתמש ביחסים של משולש זהב על מנת לחשב את אורך OA שהוא הרדיוס במעגל הגדול.

כי להכיר את היחס במשולש זהב: באמצעות תרגיל נכסף ב-2 ונקבל: $R = OA = 2 \cdot OD = 2 \cdot 1 = 2$. כלומר, אורך רדיוס המעגל הגדול הוא 2 ס"מ.

נחשב את שטח המעגל הגדול: $4\pi = \pi \cdot 2^2$ סמ"ר.

לבסוף, כדי לקבל את שטח הטבעת נחסר את שטח המעגל הקטן משטח המעגל הגדול ונקבל: $4\pi - \pi = 3\pi$ סמ"ר.

טיפ: 💡

במשולש שווה-צלעות, היחס בין רדיוס המעגל החסום לרדיוס המעגל החסום הוא תמיד 2:1. כדאי לזכור עובדה זו לפתרון מהיר של שאלות דומות.

התשובה: (3)

הסקה מתרשים (שאלות 9-12)

שאלה 9 – הסקה מתרשים – היסטוגרמה

השאלה: באיזו מקבוצות הגובה הבאות מספר הגברים הוא הגדול ביותר?

פתרון:

בתרשים, כל ריבוע מייצג 1% מהגברים בעיר. לכן, הקבוצה עם הכי הרבה ריבועים היא הקבוצה עם הכי הרבה גברים.

משווה תחילה בין תשובות (1) ו-(4): שתי הקבוצות בעלות רוחב זהה (10 ס"מ), אך קל לראות בתרשים שהעמודות בטווח 160-170 ס"מ גבוהות יותר מהעמודות בטווח 190-200 ס"מ. לכן תשובה (4) נפסלת.

משווה בין תשובות (2) ו-(3): גם כאן שתי הקבוצות בעלות רוחב זהה (5 ס"מ), אך העמודה בטווח 180-185 ס"מ גבוהה יותר מהעמודה בטווח 175-180 ס"מ. לכן תשובה (2) נפסלת.

נותרו עם תשובות (1) ו-(3). כעת נספור ריבועים:

תשובה (1): 160-170 ס"מ ← 5 שורות של 3 ריבועים שלמים נותנות $15 = 3 \cdot 5$ ריבועים, ועוד 3 שלישי ריבוע שהם $1 = \frac{1}{3} \cdot 3$. סה"כ: $1 + 15 = 16$ ריבועים = 16%.

תשובה (3): 180-185 ס"מ ← 10 ריבועים שלמים ו-10 חצאי ריבועים שהם $5 = \frac{1}{2} \cdot 10$. סה"כ: $10 + 5 = 15$ ריבועים = 15%.

$15\% < 16\%$, ולכן תשובה (1) היא הגדולה ביותר.

התשובה: (1)

שאלה 10 – הסקה מתרשים – היסטוגרמה

השאלה: ידוע שמספר הגברים בעיר הוא 3,000 סך הכל.

גובהם של כמה גברים בעיר הוא בין 185 ל-190 ס"מ?

פתרון:

עלינו למצוא את מספר הגברים שגובהם בין 185 ל-190 ס"מ. נתון שסך כל הגברים בעיר הוא 3,000.

בתרשים, כל ריבוע מייצג 1% מהגברים בעיר. נספור את מספר הריבועים בעמודה המתאימה לטווח 185-190 ס"מ.

בעמודה זו יש 6 ריבועים שלמים, כלומר הטווח מכיל 6% מכלל הגברים בעיר.

נחשב 6% מתוך 3,000:

$$6\% \cdot 3000 = \frac{6}{100} \cdot 3000 = 180$$

התשובה: (2)

חורף 2019 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

שאלה 11 – הסקה מתרשים – היסטוגרמה

השאלה: ידוע שיש בעיר גבר שמספר הגברים הגבוהים ממנו שווה למספר הגברים הנמוכים ממנו. לאיזו קבוצת גובה גבר זה שייך?

פתרון:

עלינו למצוא את הגובה שמחלק את הגברים לשני חלקים שווים - 50% מתחת ו-50% מעל. מכיוון שכל ריבוע מייצג 1%, עלינו למצוא באיזו קבוצה נמצא הריבוע ה-50.

נספור ריבועים מצד שמאל (מהגבוהים הנמוכים) עד שנגיע לריבוע ה-50:

בקבוצת גובה 150-160 ס"מ יש 12 ריבועים. בקבוצת גובה 160-170 ס"מ יש 16 ריבועים (כפי שחישבנו בשאלה 9). סה"כ עד גובה 170: $12 + 16 = 28$ ריבועים.

בקבוצת גובה 170-175 ס"מ יש 16 ריבועים. סה"כ עד גובה 175: $28 + 16 = 44$ ריבועים.

עדיין לא הגענו ל-50, ולכן הריבוע ה-50 נמצא בקבוצה הבאה. מכיוון שבקבוצת גובה 175-180 ס"מ יש יותר מ-6 ריבועים, הרי שהריבוע ה-50 בהכרח נמצא בקבוצה זו.

התשובה: (2)

שאלה 12 – הסקה מתרשים – היסטוגרמה

השאלה: הגברים המשתייכים לשתי הקבוצות שאוהבן בין 180 ס"מ ל-190 ס"מ חולקו לשלוש קבוצות חדשות: $180 - 183\frac{1}{3}$ ס"מ, $183\frac{1}{3} - 186\frac{2}{3}$ ס"מ, $186\frac{2}{3} - 190$ ס"מ. איזה מחלקי התרשימים הבאים יכול לתאר את שלוש הקבוצות החדשות?

פתרון:

מהתרשים המקורי, בטווח 180-190 ס"מ יש שתי קבוצות:

קבוצה 180-185 ס"מ עם 15% וקבוצה 185-190 ס"מ עם 6%. סה"כ: $15\% + 6\% = 21\%$.

סכום האחוזים בכל תשובה חייב להיות 21%. נבדוק:

תשובה (1): $6\% + 7\% + 7\% = 20\%$ ❌

תשובה (2): $12\% + 6\% + 6\% = 24\%$ ❌

תשובה (3): $7\% + 7\% + 7\% = 21\%$ ✔️

תשובה (4): $8\% + 9\% + 4\% = 21\%$ ✔️

נותרנו עם תשובות (3) ו-(4). תשובה (3) מציגה התפלגות אחידה (7%, 7%, 7%), אך מהתרשים המקורי רואים שקבוצת 180-185 גדולה משמעותית מקבוצת 185-190. לכן ההתפלגות אינה יכולה להיות אחידה, ותשובה (3) נפסלת.

תשובה (4) מציגה ירידה הדרגתית (8%, 9%, 4%) שמתאימה למגמה הנראית בתרשים המקורי.

התשובה: (4)

שאלות ובעיות (שאלות 13-20)

שאלה 13 – גאומטריה – מעוין

השאלה: בסרטוט שלפניכם מעוין ABCD.

נתון: $AC = 1$ ס"מ, $BD = 2$ ס"מ.

מה היקף המעוין ABCD (בס"מ)?

פתרון:

במעוין, האלכסונים חוצים זה את זה בזוויות ישרות. נסמן את נקודת החיתוך של האלכסונים כ-O.

נחשב את אורכי חצאי האלכסונים:

$$AO = \frac{AC}{2} = \frac{1}{2} \text{ ס"מ}$$

$$BO = \frac{BD}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ ס"מ}$$

משולש AOB הוא משולש ישר זווית (כי האלכסונים מאונכים). נשתמש במשפט פיתגורס כדי למצוא את אורך צלע המעוין:

$$AB^2 = AO^2 + BO^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2 = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$$

$$AB = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ ס"מ}$$

במעוין כל הצלעות שוות, לכן ההיקף הוא:

$$4 \cdot AB = 4 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} = 2\sqrt{5} \text{ ס"מ}$$

התשובה: (3)

שאלה 14 – אלגברה – טבלת כפל

השאלה: בטבלה שלפניכם כל האותיות מייצגות מספרים חיוביים. האותיות x, y ו-z ייצגות את המספרים המתקבלים מהכפלת ערכי הטור והשורה המתאימים.

? = z

פתרון:

נתחיל בזיהוי מה מייצגים x, y ו-z לפי מיקומם בטבלה:

$$x = b \cdot b = b^2 \text{ לכן: } x \text{ נמצא בשורה } b \text{ ועמודה } b,$$

$$y = d \cdot d = d^2 \text{ לכן: } y \text{ נמצא בשורה } d \text{ ועמודה } d,$$

$$z = b \cdot d \text{ לכן: } z \text{ נמצא בשורה } b \text{ ועמודה } d,$$

כעת נבטא את z באמצעות x ו-y בלבד:

$$b = \sqrt{x} \text{ מ- } x \text{ נקבל:}$$

$$d = \sqrt{y} \text{ מ- } y \text{ נקבל:}$$

לכן:

$$z = b \cdot d = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$$

התשובה: (2)

שאלה 15 – אלגברה – משוואות

השאלה: לא ייתכן ששני מספרים חיוביים, s ו- t , מקיימים את המשוואה -

פתרון:

עלינו לזהות איזו משוואה לא תיתכן עבור שני מספרים חיוביים. בכל תשובה, נבדוק האם ניתן למצוא מספרים חיוביים שמקיימים את המשוואה. אם נמצא - התשובה נפסלת, כי אנחנו מחפשים משוואה שאין מספרים חיוביים שמקיימים אותה.

תשובה (1): $s - t = s \cdot t$

נחפש מספרים חיוביים שמקיימים את המשוואה. נשים לב שבאגף שמאל, פעולת החיסור מקטינה את s (מכיוון שמדובר במספרים חיוביים). לכן פעולת הכפל באגף ימין צריכה גם היא להקטין את s , כלומר t הוא שבר בין 0 ל-1. נציב $t = \frac{1}{2}$ ונקבל: $s - t = 1 - t$ ו- $s \cdot t = \frac{1}{2} \cdot s$. נשווה בין האגפים: $1 - t = t$, נעביר אגפים ונקבל $2t = 1$, ומכאן $t = \frac{1}{2}$. נכפיל ב-2 ונקבל $s = 1$. מצאנו s ו- t חיוביים שמקיימים את המשוואה, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (2): $\frac{s}{t} = s - t$

נחפש מספרים חיוביים שמקיימים את המשוואה. נשים לב שבאגף ימין, פעולת החיסור מקטינה את s . לכן פעולת החילוק באגף שמאל צריכה גם היא להקטין את s , כלומר t הוא מספר גדול מ-1. ננסה $t = 2$, $s = 4$:
אגף שמאל: $\frac{4}{2} = 2$
אגף ימין: $4 - 2 = 2$ ✓
מצאנו מספרים חיוביים שמקיימים את המשוואה, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (3): $s + t = s - t$

נחפש מספרים חיוביים שמקיימים את המשוואה. נוסיף t לשני האגפים ונקבל: $s + t = s + t$, ומכאן $2t = 0$, כלומר $t = 0$. זוהי סתירה לנתון לפיו שני הנעלמים הם חיוביים, לכן משוואה זו לא יכולה להתקיים. אין צורך לבדוק את התשובה הנותרת.

התשובה: (3)

שאלה 16 – אלגברה – עצרת וחזקות

השאלה: נתון: $2^7 \cdot 3^2 \cdot x = 8!$

$x = ?$

פתרון:

נבודד את x : $x = \frac{8!}{2^7 \cdot 3^2}$

כיוון שהתשובות הן מספרים שלמים קטנים, נרצה לצמצם את השבר. לשם כך, נפרק את $8!$ לגורמים ראשוניים ונחפש את החזקות של 2 ושל 3 שמופיעות בו.

$$8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

נזהה את הגורמים הזוגיים (מכילים חזקות של 2):

$$2 = 2, 4 = 2^2, 6 = 2 \cdot 3, 8 = 2^3$$

$$\text{סה"כ חזקות של 2: } 2^7 = 2^3 \cdot 2 \cdot 2^2 \cdot 2 = 2^7$$

חורף 2019 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

נזהה את הגורמים שמכילים 3:

במספר 6 יש גורם 3, ובמספר 3 יש גורם 3. סה"כ: $3 \cdot 3 = 3^2$

נרשום את 8! כמכפלה של חזקות וגורמים שנותרו:

$$8! = 2^7 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 5$$

נציב בשבר ונצמצם:

$$x = \frac{2^7 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 5}{2^7 \cdot 3^2} = 7 \cdot 5 = 35$$

התשובה: (1)

שאלה 17 – אלגברה – ערך מוחלט

השאלה: נתון: $a + b + c = 0$

איזה מהשוויונות הבאים נכון בהכרח?

פתרון:

דרך א' - מניפולציה אלגברית:

$$\text{נבודד את } a \text{ מהמשוואה הנתונה: } a = -b - c = -(b + c)$$

נפעיל ערך מוחלט על שני האגפים. מכיוון שערך מוחלט של מספר שווה לערך המוחלט של הנגדי שלו, נקבל:

$$|a| = |-(b + c)| = |b + c|$$

זהו בדיוק השוויון בתשובה (1), ולכן תשובה (1) נכונה בהכרח.

דרך ב' - הצבת מספרים:

נבחר מספרים שמקיימים את הנתון ונבדוק איזו תשובה מתקיימת.

$$\text{נציב } a = 1, b = 2, c = -3 \text{ נוודא: } 1 + 2 + (-3) = 0 \quad \checkmark$$

$$\text{תשובה (1): } |a| = |b + c|$$

$$|a| = |1| = 1$$

$$\text{אגף שמאל: } |a| = 1 \quad \text{אגף ימין: } |b + c| = |2 + (-3)| = |-1| = 1 \quad \checkmark \text{ האגפים שווים.}$$

$$\text{תשובה (2): } |a| = |b - c|$$

$$\text{אגף שמאל: } |a| = 1 \quad \text{אגף ימין: } |b - c| = |2 - (-3)| = |5| = 5 \quad \times \text{ האגפים שונים, התשובה נפסלת.}$$

$$\text{תשובה (3): } |a| = |b| + |c|$$

$$\text{אגף שמאל: } |a| = 1 \quad \text{אגף ימין: } |b| + |c| = |2| + |-3| = 2 + 3 = 5 \quad \times \text{ האגפים שונים, התשובה נפסלת.}$$

$$\text{תשובה (4): } |a| = |b| - |c|$$

$$\text{אגף שמאל: } |a| = 1 \quad \text{אגף ימין: } |b| - |c| = |2| - |-3| = 2 - 3 = -1 \quad \times \text{ האגפים שונים, התשובה נפסלת.}$$

התשובה: (1)

שאלה 18 - בעיית מילים - יחסים בין כמויות

השאלה: דני חילק 33 ליטרים מים לשני מכלים באופן ש- $\frac{3}{4}$ מכמות המים במכל הראשון שווה ל- $\frac{5}{8}$ מכמות המים במכל השני. כמה ליטרים מים יש במכל הראשון?

פתרון:

דרך א' - פתרון אלגברי:

נסמן: x = כמות המים במכל הראשון, y = כמות המים במכל השני.

מהנתונים נבנה שתי משוואות:

$$x + y = 33 \text{ סה"כ מים}$$

$$\frac{3}{4}x = \frac{5}{8}y \text{ היחס בין המכלים}$$

נפתור את המשוואה השנייה. נכפיל את שני האגפים ב-8 כדי להיפטר מהשברים:

$$6x = 5y \quad | \text{ומכאן: } y = \frac{6x}{5}$$

נציב במשוואה הראשונה:

$$x + \frac{6x}{5} = 33$$

$$\frac{5x+6x}{5} = 33$$

$$\frac{11x}{5} = 33$$

$$x = \frac{33 \cdot 5}{11} = 15$$

דרך ב' - בדיקת תשובות:

נתחיל מתשובה (1): $x = 10$

אם במכל הראשון יש 10 ליטרים, אז במכל השני יש: $y = 33 - 10 = 23$

נבדוק: $\frac{3}{4} \cdot 10 = 7.5$, אבל $\frac{5}{8} \cdot 23 = 14.375$ ❌ התשובה נפסלת.

נבדוק תשובה (2): $x = 14$

במכל השני יש: $y = 33 - 14 = 19$

נבדוק: $\frac{3}{4} \cdot 14 = 10.5$, אבל $\frac{5}{8} \cdot 19 = 11.875$ ❌ התשובה נפסלת.

נבדוק תשובה (3): $x = 15$

במכל השני יש: $y = 33 - 15 = 18$

נבדוק: $\frac{3}{4} \cdot 15 = 11.25$, וגם $\frac{5}{8} \cdot 18 = 11.25$ ✅ התנאי מתקיים.

התשובה: (3)

שאלה 19 – הסתברות – הטלת קובייה

השאלה: חנה מטילה קובייה הוגנת 6 פעמים.
מה הסיכוי שתוצאת כל אחת מההטלות (חוץ מהראשונה) תהיה גדולה מתוצאת ההטלה שלפניה?

פתרון:

דרך א' - ספירת אפשרויות:

עלינו לקבוע מה הסיכוי שתוצאת כל אחת מההטלות תהיה גדולה מתוצאת ההטלה שלפניה בהטלת קובייה הוגנת 6 פעמים.

נסמן את תוצאות ההטלות לפי הסדר. התנאי דורש: $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6$

כלומר, אנחנו צריכים לקבל 6 מספרים שונים בסדר עולה ממש. מכיוון שבקובייה יש בדיוק 6 תוצאות אפשריות (1 עד 6), הדרך היחידה לקבל סדרה עולה של 6 מספרים שונים היא: 1, 2, 3, 4, 5, 6 (בדיוק בסדר הזה).

מספר כל התוצאות האפשריות: 6^6 (בכל הטלה יש 6 אפשרויות).
מספר התוצאות הרצויות: 1 בלבד.

לכן ההסתברות היא: $\frac{1}{6^6}$

דרך ב' - הכפלת הסתברויות:

נחשב את הסיכוי שכל הטלה תהיה גדולה מזו שלפניה.

מכיוון שבקובייה הוגנת יש 6 תוצאות אפשריות, וחנה מטילה את הקובייה 6 פעמים, כדי שכל תוצאה תהיה גדולה מזו שלפניה, סדרת ההטלות חייבת להיות: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

לכן, בהטלה הראשונה התוצאה חייבת להיות 1 - הסיכוי לכך הוא $\frac{1}{6}$.
בהטלה השנייה התוצאה חייבת להיות 2 - הסיכוי לכך הוא $\frac{1}{6}$.
וכך הלאה עבור כל ההטלות.

נכפיל את הסיכויים של כל 6 ההטלות ונקבל: $\frac{1}{6^6}$

התשובה: (1)

שאלה 20 – גאומטריה – תיבה ונפח

השאלה: שלוש קוביות זהות הונחו זו על גבי זו כך שנוצרה תיבה כבסרטוט.
שטח הפנים של התיבה הוא 28 סמ"ר. מה נפח התיבה (בסמ"ק)?

פתרון:

נסמן את צלע הקובייה כ- a .

התיבה שנוצרה משלוש קוביות זהות היא תיבה עם בסיס $a \times a$ ואובה $3a$.

נחשב את שטח הפנים של התיבה:

שני בסיסים (עליון ותחתון): $2a^2$

ארבעה צדדים: $4 \times (a \times 3a) = 12a^2$

סה"כ שטח פנים: $2a^2 + 12a^2 = 14a^2$

לפי הנתון, שטח הפנים הוא 28, לכן:

$$14a^2 = 28$$

$$a^2 = 2$$

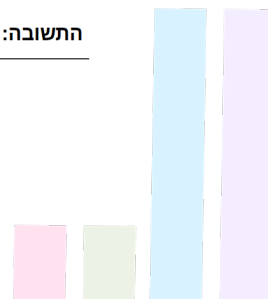
$$a = \sqrt{2}$$

נפח התיבה:

$$a \times a \times 3a = 3a^3$$

$$3 \cdot (\sqrt{2})^3 = 3 \cdot 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

התשובה: (1)



מכון כולל