

מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(2)	(1)	(1)	(1)	(2)	(1)	(1)	(1)	(4)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(1)	(1)	(1)	(2)	(3)	(3)	(4)	(3)	(4)	(4)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-8)

שאלה 1 – בעיה מילולית – סכום סדרה וחלוקה

השאלה: 7 ילדים הסתדרו בטור. הילד הראשון קיבל סוכרייה אחת, השני קיבל 2 סוכריות, השלישי קיבל 3 סוכריות וכן הלאה. לאחר מכן התחלקו הילדים ל-2 קבוצות שלכל אחת מהן אותו מספר סוכריות. כמה סוכריות היו לכל קבוצה?

פתרון:

סך כל הסוכריות

תחילה נחשב כמה סוכריות חולקו בסך הכול. הילד הראשון קיבל 1, השני 2, השלישי 3, וכן הלאה עד השביעי שקיבל 7. נחבר את כל המספרים מ-1 עד 7:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$$

חלוקה לשתי קבוצות שוות

הילדים התחלקו ל-2 קבוצות שבכל אחת מהן אותו מספר סוכריות, ולכן נחלק את סך הסוכריות בשתיים:

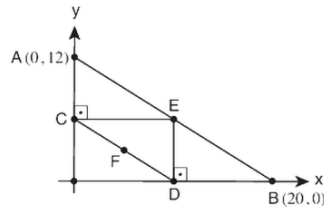
$$\frac{28}{2} = 14$$

סך הכול היו לכל קבוצה 14 סוכריות.

תשובה (4).

שאלה 2 – גיאומטריה אנליטית – אמצע קטע

השאלה: במערכת הצירים שלפניכם הנקודה E היא אמצע הקטע AB , והנקודה F היא אמצע הקטע CD . על פי נתונים אלו והנתונים שבסרטוט, מהם ערכי הנקודה F ?



פתרון:

מציאת הנקודה E

הנקודה E היא אמצע הקטע AB , ולכן שיעוריה הם ממוצע שיעורי A ו- B . נתון $A(0, 12)$ ו- $B(20, 0)$, ולכן:

$$E = \left(\frac{0+20}{2}, \frac{12+0}{2} \right) = (10, 6)$$

מציאת הנקודות C ו- D מן הסרטוט

מן הסרטוט עולה כי C נמצאת על ציר ה- y בגובה הנקודה E , ולכן $C = (0, 6)$. הנקודה D נמצאת על ציר ה- x מתחת ל- E , ולכן $D = (10, 0)$. סימני הזווית הישרה שבסרטוט מאשרים ש- CE מקביל לציר ה- x ו- ED מקביל לציר ה- y .

מציאת הנקודה F

הנקודה F היא אמצע הקטע CD , ולכן שיעוריה הם ממוצע שיעורי C ו- D :

$$F = \left(\frac{0+10}{2}, \frac{6+0}{2} \right) = (5, 3)$$

ערכי הנקודה F הם אפוא $(5, 3)$.

תשובה (2).

שאלה 3 – אלגברה – הערך המינימלי של ביטוי

השאלה: נתון: x ו- y הם מספרים שלמים.

$$x \neq y$$

מה הערך הקטן ביותר האפשרי של הביטוי $(x - y)^2$?

פתרון:

הביטוי הוא ריבוע, ולכן אינו שלילי

הביטוי $(x - y)^2$ הוא ריבוע של מספר, ולכן ערכו לעולם אינו שלילי — הוא גדול מאפס או שווה לאפס.

מדוע הערך אינו יכול להיות אפס

הביטוי $(x - y)^2$ יהיה שווה לאפס רק אם $x - y = 0$, כלומר רק אם $x = y$. אך נתון במפורש ש- $x \neq y$, ולכן ערך זה נפסל, ותשובה (3) אינה נכונה.

מציאת הערך הקטן ביותר

מכיוון ש- x ו- y הם מספרים שלמים שונים זה מזה, ההפרש ביניהם הוא מספר שלם שאינו אפס, ולכן ערכו המוחלט הוא לפחות 1. הקטן ביותר מתקבל כאשר ההפרש שווה ל-1 (למשל $x = 2$ ו- $y = 1$), ואז:

$$(x - y)^2 = 1^2 = 1$$

לכן הערך הקטן ביותר האפשרי הוא 1.

תשובה (1).

שאלה 4 – בעיה מילולית – יחס ישר והפוך

השאלה: דרגת הקושי של פאזל נקבעת על פי מספר חלקיו (N) ועל פי מספר הגוונים המופיעים בו (C). דרגת הקושי של הפאזל גבוהה יותר ככל שמספר חלקיו גדול יותר וככל שמספר הגוונים המופיעים בו קטן יותר. איזה מהביטויים הבאים יכול לבטא את דרגת הקושי של פאזלים?

פתרון:

קשר בין דרגת הקושי לכל אחד מהגדלים

דרגת הקושי עולה כאשר מספר החלקים N גדל — כלומר היא ביחס ישר ל- N , ולכן N צריך להופיע במונה. לעומת זאת דרגת הקושי עולה כאשר מספר הגוונים C קטן — כלומר היא ביחס הפוך ל- C , ולכן C צריך להופיע במכנה.

הביטוי המתאים

ביטוי שבו N במונה ו- C במכנה הוא $\frac{N}{C}$. שאר הביטויים אינם מקיימים את שני התנאים גם יחד.

בדיקה בעזרת דוגמה

נציב $N = 10$ חלקים ו- $C = 2$ גוונים ונקבל דרגת קושי $\frac{10}{2} = 5$. אם נגדיל את מספר החלקים ל-20, נקבל $\frac{20}{2} = 10$ — דרגת קושי גבוהה יותר, כמצופה. אם במקום זאת נגדיל את מספר הגוונים ל-5, נקבל $\frac{10}{5} = 2$ — דרגת קושי נמוכה יותר, גם כן כמצופה. רק הביטוי $\frac{N}{C}$ מתאים לשני המצבים.

תשובה (1).

שאלה 5 – אלגברה – חוקי חזקות

השאלה: נתון: $x^3 = 9^6$

$x = ?$

פתרון:

כתיבת אגף ימין כחזקה שלישית

כדי לבודד את x נרצה לכתוב גם את אגף ימין כחזקה שלישית. לפי חוק החזקות $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, נפרק את המעריך 6 למכפלה $3 \cdot 2$:

$$9^6 = 9^{2 \cdot 3} = (9^2)^3$$

השוואת הבסיסים

קיבלנו $x^3 = (9^2)^3$. מכיוון ששני האגפים הם חזקה שלישית, הבסיסים שלהם שווים:

$$x = 9^2$$

$$\text{לכן } x = 9^2$$

תשובה (1).

שאלה 6 - גיאומטריה - משולש הזהב

השאלה: $2a$, a ו- $3a$ הן הגדלים של 3 זוויות במשולש.
הצלע שמול הזווית שגודלה $3a$ גדולה פי ____ מהצלע שמול הזווית שגודלה a .

פתרון:

מציאת גודל הזוויות

סכום הזוויות במשולש הוא 180° . נחבר את שלוש הזוויות ונשווה ל- 180° :

$$a + 2a + 3a = 6a = 180^\circ$$

ולכן $a = 30^\circ$. שלוש הזוויות הן אפוא 30° , 60° ו- 90° .

זיהוי משולש הזהב

המשולש שקיבלנו הוא משולש הזהב — משולש ישר-זווית שזוויותיו 30° , 60° , 90° . הצלע שמול הזווית 90° היא היתר, והצלע שמול הזווית 30° היא הניצב הקצר.

היחס בין הצלעות במשולש הזהב

במשולש הזהב הניצב שמול הזווית 30° שווה למחצית היתר, ולכן היתר גדול פי 2 מניצב זה. לפיכך הצלע שמול הזווית $3a$ גדולה פי 2 מן הצלע שמול הזווית a .

תשובה (2).



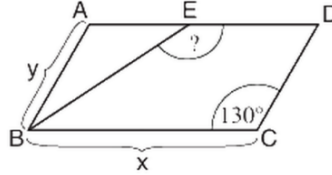
שאלה 7 - גיאומטריה - מקבילית ומשולש שווה-שוקיים

השאלה: בסרטוט שלפניכם $ABCD$ היא מקבילית.

E היא נקודה על הצלע AD .

נתון: $ED = x - y$

לפי נתונים אלו והנתונים שבסרטוט, $\angle BED = ?$



פתרון:

אורך הקטע AE

במקבילית הצלעות הנגדיות שוות, ולכן $AD = BC = x$. הנקודה E נמצאת על AD ומחלקת אותה כך ש- $ED = x - y$. לכן החלק הנותר הוא:

$$AE = AD - ED = x - (x - y) = y$$

מן הסרטוט אורך הצלע AB הוא y , ולכן $AE = AB = y$.

המשולש ABE שווה-שוקיים

מכיוון ש- $AE = AB$, המשולש ABE הוא שווה-שוקיים, ולכן שתי זוויות הבסיס שלו שוות זו לזו: $\angle ABE = \angle AEB$. זווית הראש של המשולש היא $\angle EAB$.

מציאת זווית הראש EAB

מכיוון שהנקודה E נמצאת על הצלע AD , זווית הראש $\angle EAB$ היא בדיוק הזווית $\angle DAB$ של המקבילית. במקבילית הזוויות הנגדיות שוות, ולכן $\angle DAB = \angle BCD = 130^\circ$. לפיכך $\angle EAB = 130^\circ$.

חישוב זווית הבסיס

סכום הזוויות במשולש הוא 180° . נחסר את זווית הראש $\angle EAB$ ונחלק את השארית לשתי זוויות הבסיס השוות:

$$\angle AEB = \frac{180^\circ - 130^\circ}{2} = 25^\circ$$

מזווית AEB לזווית BED

הנקודות A, E, D נמצאות על ישר אחד (הצלע AD), ולכן הזוויות $\angle AEB$ ו- $\angle BED$ משלימות זו את זו ל- 180° :

$$\angle BED = 180^\circ - 25^\circ = 155^\circ$$

תשובה (1).

שאלה 8 – אלגברה – אי-שוויון ריבועי

השאלה: נתון: $(1 + 2b)^2 < (2 + b)^2$

איה מהטווחים הבאים הוא הטווח המדויק ש- b יכול להימצא בו?

פתרון:

פתיחת שני הריבועים

נפתח כל אחד מן הריבועים לפי נוסחת הכפל המקוצר — ריבוע האיבר הראשון, ועוד פעמיים מכפלת שני האיברים, ועוד ריבוע האיבר השני:

$$(1 + 2b)^2 = 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot 2b + (2b)^2 = 1 + 4b + 4b^2$$

$$(2 + b)^2 = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot b + b^2 = 4 + 4b + b^2$$

צמצום האיברים המשותפים

נציב חזרה באי-השוויון ונקבל $b^2 + 4b + 1 < b^2 + 4b + 4$. בשני האגפים מופיע האיבר $4b$, ולכן נחסר אותו משני האגפים והוא מצטמצם:

$$1 + b^2 < 4 + b^2$$

בידוד b בריבוע

נעביר את b^2 לאגף שמאל ואת 1 לאגף ימין:

$$4 - 1 < b^2 - b^2$$

$$3 < b^2$$

נחלק את שני האגפים ב-3 ונקבל $b^2 < 1$.

מ- b בריבוע לטווח של b

אי-השוויון $b^2 < 1$ מתקיים בדיוק כאשר b נמצא בין -1 ל-1, כלומר $-1 < b < 1$.

תשובה (1).

הסקה מתרשים (שאלות 9-12)

שאלה 9 – הסקה מתרשים – ממוצע טמפרטורות הגוף

השאלה: באיה מהזמנים הבאים היה ממוצע טמפרטורות הגוף של ארבעת הזוחלים הגבוה ביותר?

פתרון:

מה משפיע על הממוצע

הממוצע הגבוה ביותר מתקבל בזמן שבו סכום ארבע הטמפרטורות הוא הגבוה ביותר. נעקוב אחר מגמות העלייה והירידה של העקומות סביב הזמנים המוצעים. אין צורך לחשב את הטמפרטורות המדויקות, משום שאפשר לעקוב אחר המגמות בעין מתוך התבוננות בתרשים בלבד.

פסילת השעה 11:00

בין השעה 11:00 לשעה 13:00 טמפרטורת הגוף של כל ארבעת הזוחלים עלתה — אצל חלקם עלייה משמעותית ואצל חלקם מתונה. מכיוון שכולם עלו, הטמפרטורה הממוצעת בשעה 13:00 גבוהה מן הטמפרטורה הממוצעת בשעה 11:00, ולכן 11:00 נפסלת.

פסילת השעה 16:00

בין השעה 13:00 לשעה 16:00 ירדה הטמפרטורה של כל הזוחלים למעט השממית, שטמפרטורתה עלתה. אולם ניתן לראות בעין שהעלייה של השממית מתונה מן הירידות של החרדון והזיקית, שהן משמעותיות. לכן הטמפרטורה הממוצעת בשעה 16:00 נמוכה מזו שבשעה 13:00, ולכן 16:00 נפסלת.

פסילת השעה 18:00 והמסקנה

בין השעה 16:00 לשעה 18:00 טמפרטורת כל הזוחלים ממשיכה לרדת, ולכן הטמפרטורה הממוצעת בשעה 18:00 נמוכה יותר. מכל אלה עולה שהטמפרטורה הממוצעת הגבוהה ביותר היא בשעה 13:00.

תשובה (1).

שאלה 10 – הסקה מתרשים – קשר בין טמפרטורה לפעילות

השאלה: אצל איזה מהזוחלים במהלך כל פרק זמן שבו טמפרטורת הגוף עלתה, רמת הפעילות עלתה או נשארה קבועה?

פתרון:

מה מחפשים
אנו מחפשים את הזוחל שאצלו, בכל פרק זמן שבו הטמפרטורה עלתה, רמת הפעילות לא ירדה. כדי לפסול זוחל, די למצוא פרק זמן אחד שבו הטמפרטורה עלתה אך רמת הפעילות דווקא ירדה.
האיגואנה
בין השעה 10:00 לשעה 11:00 טמפרטורת האיגואנה עלתה, ואילו רמת הפעילות שלה ירדה מ-4 ל-2. לכן היא נפסלת.
הזיקית
בין השעה 9:00 לשעה 10:00 טמפרטורת הזיקית עלתה, ואילו רמת הפעילות שלה ירדה מ-3 ל-1. לכן היא נפסלת.
החרדון
בין השעה 10:00 לשעה 11:00 טמפרטורת החרדון המשיכה לעלות אל עבר שיאה, ואילו רמת הפעילות שלה ירדה מ-3 ל-1. לכן גם הוא נפסל.
השממית – התשובה
טמפרטורת השממית עולה מן הבוקר ועד סביבות השעה 15:00, ולאורך כל העלייה הזו רמת הפעילות שלה רק מטפסת 5 → 4 → 3 → 2 → 1 ואינה יורדת אף פעם. לכן השממית היא היחידה המקיימת את התנאי.

תשובה (4).

שאלה 11 – הסקה מתרשים – רמת הפעילות המרבית

השאלה: ידוע שאחד הזוחלים נמצא ברמת הפעילות המרבית שלו רק למשך פרקי זמן קצרים מאוד במהלך היום.

איזה מהזוחלים הוא המתאים ביותר להיות זוחל זה?

פתרון:

מה מחפשים
אנו מחפשים את הזוחל שמגיע לרמת הפעילות הגבוהה ביותר שלו רק לרגעים קצרים, ולא שווה בה לאורך זמן.
הזיקית
רמת הפעילות המרבית של הזיקית היא 4, והיא שווה בה לאורך פרק זמן רצוף בשעות הבוקר המוקדמות. מכיוון שאין מדובר ברגעים קצרים בלבד, הזיקית נפסלת.
החרדון
החרדון מגיע לרמת הפעילות המרבית שלו, 5, בעת הטיפוס התלול של הטמפרטורה שלו בבוקר, אך לא בהבזקים חוזרים וקצוצרים. לכן הוא מתאים פחות לתיאור.
השממית
השממית שווה ברמת הפעילות המרבית שלה, 5, לאורך פרק זמן רצוף סביב אמצע היום. מכיוון שאין מדובר ברגעים קצרים בלבד, גם היא נפסלת.
האיגואנה – התשובה
רמת הפעילות המרבית של האיגואנה היא 4, והיא מגיעה אליה שוב ושוב ומיד חוזרת ל-2 (נקודות הפעילות מסומנות בזוגות 2, 4). כלומר האיגואנה נמצאת ברמת הפעילות המרבית שלה רק למשך פרקי זמן קצרים מאוד, ולכן היא המתאימה ביותר.

תשובה (1).

שאלה 12 – הסקה מתרשים – קשר בין נתוני ההתחלה לסוף

השאלה: על פי הנתונים שבתרשים, ככל שטמפרטורת הגוף של זוחל בתחילת היום נמוכה יותר - פתרון:

מעקב אחר האיגואנה

נתחיל מן האיגואנה, שהיא בעלת טמפרטורת הגוף הנמוכה ביותר בתחילת היום. בסוף היום היא מסיימת גם עם טמפרטורת הגוף הנמוכה ביותר וגם עם רמת הפעילות הנמוכה ביותר. נתון זה מתאים לתשובות (1) ו-(3), הטוענות שטמפרטורת התחלה נמוכה יותר גוררת נתון סיום נמוך יותר, ופוסל את תשובות (2) ו-(4), הטוענות שטמפרטורת התחלה נמוכה גוררת נתון סיום גבוה יותר.

הבחנה בין תשובה (1) לתשובה (3)

כדי להכריע בין השתיים נשווה את החרדון ואת הזיקית. החרדון התחיל את היום קר יותר מן הזיקית, אך בסוף היום טמפרטורת גופו גבוהה יותר מזו של הזיקית. כלומר זוחל שהתחיל קר יותר סיים דווקא חם יותר.

פסילת תשובה (3) והמסקנה

ההשוואה בין החרדון לזיקית מפריכה את תשובה (3), הטוענת שטמפרטורת התחלה נמוכה יותר גוררת בהכרח טמפרטורת סיום נמוכה יותר – שהרי כאן קרה ההפך. נותרה אפוא רק תשובה (1): ככל שטמפרטורת הגוף בתחילת היום נמוכה יותר, כך רמת הפעילות בסוף היום נמוכה יותר.

תשובה (1).

שאלות ובעיות (שאלות 13-20)

שאלה 13 – אלגברה – חידת ספרות

השאלה: A, B, C הן אותיות המייצגות ספרות מתוך הספרות 1 עד 9.

$$\begin{array}{r} A A \\ + B B \\ \hline C C \end{array}$$

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

פתרון:

משמעות התרגיל

המספר AA הוא בעל שתי ספרות זהות, כלומר $AA = 11A$; באותו אופן $BB = 11B$ ו- $CC = 11C$. חיבור $AA + BB$ נותן מספר בן שתי ספרות זהות, CC , ולכן מתקיים $11A + 11B = 11C$. נחלק ב-11 ונקבל את הקשר המרכזי:

$$A + B = C$$

מה מחייב הקשר $A+B=C$

מכיוון ש- C היא ספרה בודדת, ערכה אינו עולה על 9. לכן סכום שתי הספרות מקיים בהכרח $A + B \leq 9$.

בדיקת הטענות

נבדוק כעת כל טענה לאור העובדה שסכום הספרות מקיים $A + B \leq 9$.

- טענה (1): נניח שהספרה A גדולה מ-5, כלומר A היא לפחות 6. כדי שהסכום $A + B$ לא יעלה על 9, הספרה B חייבת להיות קטנה מ-4; למשל אם $A = 6$, אז B יכולה להיות לכל היותר 3. לפיכך B בוודאי קטנה מ-5, וטענה זו מתקיימת תמיד.
- טענה (2): אם $A = B$, אז $C = 2A$. ייתכן שהמשותף שווה 4, ואז $C = 8$, שאינו קטן מ-5. לכן הטענה נפסלת.
- טענה (3): הסכום עשוי להיות קטן; למשל אם $A = B = 1$, אז $C = 2$, ואין זה נכון שהסכום גדול מ-5. לכן הטענה נפסלת.
- טענה (4): מכיוון ש- $C = A + B$, לעולם לא ייתכן ש- C קטן מן הסכום $A + B$. לכן הטענה נפסלת.
- לפיכך הטענה הנכונה בהכרח היא טענה (1).

תשובה (1).



שאלה 14 – קומבינטוריקה – סידור בשורה

השאלה: לאלון יש 4 כדורים: שחור, לבן, אדום וירוק.

בכמה דרכים אפשר לסדר את הכדורים בשורה כך שהשחור והלבן יהיו זה לצד זה וגם האדום והירוק יהיו זה לצד זה?

פתרון:

איחוד הכדורים לזוגות

מכיוון שהשחור והלבן חייבים להיות צמודים, נתייחס אליהם כאל "חבילה" אחת. באותו אופן האדום והירוק מהווים "חבילה" שנייה. כעת עלינו לסדר בשורה שתי חבילות בלבד.

סידור שתי החבילות

שתי חבילות אפשר לסדר בשורה בשני סדרים: החבילה השחורה-לבנה תחילה, או החבילה האדומה-ירוקה תחילה. כלומר 2 אפשרויות.

סידור הכדורים בתוך כל חבילה

בתוך החבילה השחורה-לבנה אפשר לסדר את הכדורים בשני סדרים (שחור-לבן או לבן-שחור), וכך גם בתוך החבילה האדומה-ירוקה. נכפיל את כל האפשרויות:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

סך הכול יש 8 דרכים.

תשובה (2).

שאלה 15 – גיאומטריה – שטח עיגול ומקצוע קובייה

השאלה: מה שטחו של עיגול שאורך הרדיוס שלו שווה לאורך המקצוע של קובייה ששטח פניה 18 סמ"ר?

פתרון:

מציאת ריבוע אורך המקצוע

שטח הפנים של קובייה מורכב מ-6 פאות ריבועיות שוות, ולכן הוא שווה ל-6 כפול ריבוע אורך המקצוע. נסמן את אורך המקצוע ב- a ונשווה ל-18:

$$6a^2 = 18$$

$$a^2 = 3 \text{ ונקבל } a^2 = 3.$$

אין צורך למצוא את המקצוע עצמו

רדיוס העיגול שווה לאורך המקצוע, כלומר $r = a$. שטח העיגול הוא πr^2 , ולכן דרוש לנו דווקא $r^2 = a^2$, שכבר מצאנו שהוא שווה ל-3. אין צורך לחלץ את a עצמו.

חישוב שטח העיגול

נציב את $r^2 = 3$ בנוסחת שטח העיגול:

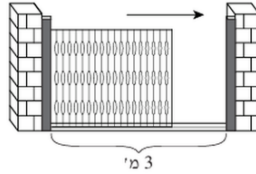
$$S = \pi r^2 = \pi \cdot 3 = 3\pi$$

שטח העיגול הוא 3π סמ"ר.

תשובה (3).

שאלה 16 – בעיה מילולית – מהירות זמן

השאלה: רוחב הפתח של שער חשמלי הוא 3 מטרים. מהירות הסגירה של השער היא 10 ס"מ לשנייה. חתול עמד במרחק 60 מטר מהשער בזמן שהיה פתוח לגמרי, והתחיל לרוץ לעברו במהירות של x מטר לשנייה. ברגע תחילת הריצה החל השער להיסגר, וכאשר החתול עבר דרכו היה רוחב הפתח 180 ס"מ.
 $x = ?$



פתרון:

כמה נסגר השער

נעבוד ביחידות של סנטימטרים. בתחילת הריצה רוחב הפתח היה 3 מטרים, שהם 300 ס"מ, וכשהחתול עבר היה הרוחב 180 ס"מ. לכן השער נסגר במהלך הריצה:
 $300 - 180 = 120$
כלומר 120 ס"מ.

משך זמן הריצה

השער נסגר בקצב של 10 ס"מ בשנייה, ולכן הזמן שחלף מתחילת הריצה ועד המעבר הוא:
 $\frac{120}{10} = 12$
כלומר 12 שניות.

חישוב מהירות החתול

באותן 12 שניות עבר החתול את כל המרחק אל השער, 60 מטר. המהירות היא המרחק חלקי הזמן:
 $x = \frac{60}{12} = 5$
מהירות החתול היא 5 מטר לשנייה.

תשובה (3).

שאלה 17 – בעיה מילולית – המרת מטבעות

השאלה: פרנק אחד שווה x לירות. דינר אחד שווה 3.6 לירות. 4 פרנקים שווים 9 דינרים.
 $x = ?$

פתרון:

המרת הדינרים ללירות

נתון 4 פרנקים שווים 9 דינרים, ודינר אחד שווה 3.6 לירות. לכן 4 פרנקים שווים $9 \cdot 3.6$ לירות. לשם נוחות החישוב נמיר את השבר העשרוני 3.6 לשבר רגיל $\frac{36}{10}$, ונקבל שערכם של 4 הפרנקים הוא $9 \cdot \frac{36}{10}$ לירות.

מציאת שווי פרנק אחד

פרנק אחד הוא רבע מ-4 פרנקים, ולכן נחלק את הביטוי ב-4 (כלומר נכפול ב- $\frac{1}{4}$):
 $x = 9 \cdot \frac{36}{10} \cdot \frac{1}{4}$
נמצא את 36 שבמונה עם 4 שבמכנה ($9 = 4 \cdot 36$), ונקבל:
 $x = \frac{9 \cdot 9}{10} = \frac{81}{10} = 8.1$
לכן $x = 8.1$.

תשובה (4).

שאלה 18 – בעיה מילולית – אחוזים

השאלה: נתון מספר חיובי כלשהו. הגדילו אותו ב-4,000%.
פי כמה גדל המספר?

פתרון:

משמעות הגדלה באחוזים

הגדלה ב-4,000% פירושה הוספת 4,000% של המספר המקורי אל עצמו. מכיוון ש-4,000% הם פי 40 מן השלם, מוסיפים למספר פי 40 מערכו.

חישוב הפי-כמה

המספר החדש הוא המספר המקורי בתוספת פי 40 ממנו, כלומר פי 41 בסך הכול:
 $1 + 40 = 41$
לכן המספר גדל פי 41.

בדיקה בעזרת דוגמה

נניח שהמספר המקורי הוא 100. 4,000% ממנו הם 4,000, ולכן המספר החדש הוא $100 + 4,000 = 4,100$ — שהם בדיוק פי 41 מן המספר המקורי.

תשובה (3).

שאלה 19 – גיאומטריה – נקודה במרחק שווה משלוש נקודות

השאלה: שלוש נקודות מצוירות על קרקע מישורית. המרחק בין כל שתיים מהנקודות הוא x ($0 < x$).
תמר רוצה לצייר על הקרקע נקודה שמרחקה מכל אחת משלוש הנקודות יהיה y כך ש- $x < y$.
כמה נקודות כאלה תוכל תמר לצייר?

פתרון:

צורת שלוש הנקודות

המרחק בין כל שתיים מן הנקודות שווה ל- x , ולכן שלוש הנקודות הן קדקודי משולש שווה-צלעות שאורך צלעו x .

הנקודה היחידה שמרחקה שווה משלושתן

במישור קיימת נקודה אחת בלבד שמרחקה שווה משלושת קדקודי המשולש — מרכז המעגל החוסם את המשולש. במשולש שווה-צלעות מרכז זה נמצא בתוך המשולש עצמו.

מדוע לא קיימת נקודה מתאימה

מכיוון שהנקודה נמצאת בתוך המשולש, מרחקה מכל אחד מן הקדקודים קטן בהכרח מאורך צלע המשולש, x (נקודה פנימית קרובה לכל קדקוד יותר מכפי שקדקוד אחד רחוק מרעהו). לכן הנקודה היחידה שמרחקה שווה משלוש הנקודות נמצאת במרחק קטן מ- x , ואין אף נקודה שמרחקה מכולן הוא y הגדול מ- x . מספר הנקודות שתמר יכולה לצייר הוא אפוא 0.

תשובה (4).

שאלה 20 – אלגברה – מספר המחלקים

השאלה: x, y, z הם שלושה מספרים ראשוניים השונים זה מזה.

נתון: $A = x \cdot y \cdot z$

כמה מחלקים שונים זה מזה יש למספר A (כולל 1 ו- A עצמו)?

פתרון:

פתרון בהצבה

הדרך הנוחה כאן היא הצבה. נציב שלושה ראשוניים נוחים, $x = 2, y = 3, z = 5$, ונקבל $A = 30$. נמנה את כל מחלקיו של 30:

1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

סך הכול 8 מחלקים.

הסבר ההיגיון

ניתן להבין מדוע מתקבלים בדיוק 8 מחלקים: המחלקים של A הם המספר 1, שלושת הראשוניים עצמם (x, y, z) , שלוש המכפלות של כל זוג ראשוניים (xy, xz, yz) והמספר A עצמו. בסך הכול $1 + 3 + 3 + 1 = 8$ מחלקים.

תשובה (4).

