

מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(2)	(3)	(3)	(1)	(4)	(2)	(2)	(4)	(1)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(2)	(3)	(1)	(1)	(4)	(4)	(4)	(2)	(2)	(2)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-7)

שאלה 1 - פישוט ביטויים אלגבריים

נתון: $2x(y+x) + y(y-2x) - 2x^2 = 16$, כאשר $y > 0$

$y = ?$

פתרון:

שלב 1: פתיחת סוגריים

$$2x(y+x) = 2xy + 2x^2 \cdot$$

$$y(y-2x) = y^2 - 2xy \cdot$$

שלב 2: הצבה במשוואה

$$2xy + 2x^2 + y^2 - 2xy - 2x^2 = 16$$

שלב 3: צמצום איברים דומים

$$\cancel{2xy} + \cancel{2x^2} + y^2 - \cancel{2xy} - \cancel{2x^2} = 16$$

$$y^2 = 16$$

שלב 4: פתרון

$$y = \pm 4$$

מכיוון ש- $y > 0$, הפתרון $y = -4$ נפסל.

$$y = 4$$

תשובה (4).



שאלה 2 - בעיה מילולית עם שאריות

נתונים:

- לרבקה 101 מטבעות זהב
- היא חילקה שווה בשווה בין 4 ילדיה, והשארת הוספה לחלקו של הבן הבכור חיים
- חיים חילק את המטבעות שקיבל שווה בשווה בין 3 ילדיו, והשארת הוספה לחלקה של בתו הבכורה יעל

כמה מטבעות קיבלה יעל?

פתרון:

שלב 1: חלוקה בין ילדי רבקה

101 לא מתחלק ב-4 בצורה מושלמת:

$$101 : 4 = 25 (1)$$

(המספר בסוגריים מייצג את השארית)

כל ילד מקבל 25 מטבעות, וחיים (הבכור) מקבל גם את השארית.

$$\text{חיים קיבל: } 26 = 25 + 1 \text{ מטבעות}$$

טיפ לחישוב חילוק עם שארית:

כדי לחשב חילוק שלא יוצא "עגול", נחפש את המספר הקרוב ביותר (מלמטה) שכן מתחלק. למשל: 100 מתחלק ב-4, ולכן $100 : 4 = 25$, ושארית שארית של 1.

שלב 2: חלוקה בין ילדי חיים

26 לא מתחלק ב-3 בצורה מושלמת:

$$26 : 3 = 8 (2)$$

(המספר בסוגריים מייצג את השארית)

כל ילד מקבל 8 מטבעות, ויעל (הבכורה) מקבלת גם את השארית.

$$\text{יעל קיבלה: } 10 = 8 + 2 \text{ מטבעות}$$

תשובה (2).

שאלה 3 - גיאומטריה: זוויות במלבן

נתונים:

- ABCD הוא מלבן
- $EC = GE = FG = BF$

איזה מהשוויונות נכון בהכרח?

פתרון:

רעיון מרכזי:

נשתמש במשולש $\triangle FEG$ כדי לקשר בין הזוויות α ו- β .

שלב 1: זיהוי משולשים שווים שוקיים

• $\triangle BFG$ שווה שוקיים ($BF = FG$)

• $\triangle GEC$ שווה שוקיים ($GE = EC$)

• $\triangle FEG$ שווה שוקיים ($FG = GE$)



שלב 2: מציאת זוויות במשולש FEG

$\angle EFG$ היא זווית מתחלפת עם $\angle BGF$ (בין הישרים המקבילים $AD \parallel BC$).

$\angle BGF = \alpha$ כי אלו זוויות בסיס במשולש שווה השוקיים $\triangle BFG$.

לכן $\angle EFG = \alpha$.

מכיוון ש- $\triangle FEG$ שווה שוקיים, גם $\angle FEG = \alpha$.

שלב 3: מציאת הקשר בין α ל- β

$\angle FEG$ היא זווית מתחלפת עם $\angle EGC$ (בין הישרים המקבילים $AD \parallel BC$).

לכן $\angle EGC = \alpha$.

ב- $\triangle GEC$ שווה השוקיים, זווית הראש היא $\angle GEC = \beta$, ושתי זוויות הבסיס שוות ל- α .

סכום הזוויות במשולש:

$$\alpha + \alpha + \beta = 180^\circ$$

$$2\alpha + \beta = 180^\circ$$

תשובה (3).

שאלה 4 - גיאומטריה: משולשי זהב

נתונים:

- n משולשים ישרי-זווית עם זוויות 30° , 60° ו- 90° .
- בכל משולש יש צלע באורך 5 ס"מ
- אין שום זוג של משולשים חופפים

מה, לכל היותר, ערכו של n ?

פתרון:

מהו משולש זהב?

משולש עם זוויות 30° , 60° , 90° נקרא **משולש זהב**.

במשולש זהב יחס הצלעות תמיד קבוע: $1 : \sqrt{3} : 2$

(ניצב קטן : ניצב גדול : יתר)

לכן, אם ידוע אורך של צלע אחת - כל המשולש נקבע באופן יחיד.

שלב 1: זיהוי האפשרויות

בכל משולש יש צלע באורך 5. הצלע הזו יכולה להיות:

- הניצב הקטן (מול 30°)
- הניצב הגדול (מול 60°)
- היתר (מול 90°)

שלב 2: למה לא יכול להיות משולש רביעי?

נניח שמצאנו משולש שהיתר שלו הוא 5.

אם ננסה למצוא משולש **נוסף** שגם היתר שלו הוא 5, נגלה שבגלל שיחס הצלעות קבוע - זה בדיוק אותו משולש שכבר מצאנו.

באותו אופן, יש רק משולש אחד שהניצב הקטן שלו הוא 5, ורק משולש אחד שהניצב הגדול שלו הוא 5.

שלב 3: מסקנה

יש לכל היותר 3 משולשים שונים שמקיימים את התנאים.

תשובה (3).



שאלה 5 - פעולה מוגדרת

$$a \& b = - \left[\left(\frac{a}{b} \right)^{-a} \right]$$

$$2 \& (-6) = ?$$

פתרון:

שלב 1: הצבה בנוסחה

$$b = -6, a = 2$$

$$2 \& (-6) = - \left[\left(\frac{2}{-6} \right)^{-2} \right]$$

שלב 2: חישוב

$$= - \left[\left(-\frac{1}{3} \right)^{-2} \right]$$

$$= - \left[(-3)^2 \right]$$

$$= -[9]$$

$$= -9$$

תזכורת:

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

תשובה (1).

שאלה 6 - אי-שוויונות וטווח

נתונים:

$$a < 10$$

$$5 < b$$

$$D = a - b$$

איה אי-שוויון מתאר במדויק את הטווח של D?

פתרון:

שימו לב:

בשאלה זו יש רק סימני אי-שוויון (<) ללא שוויון. לכן נשתמש בביטוי "מתקרב ל" - הערכים יכולים להתקרב לגבול אך לעולם לא להגיע אליו.

שלב 1: מציאת החסם העליון של D

כדי למצוא את הערך המקסימלי של $D = a - b$, נרצה a מקסימלי ו- b מינימלי:

$$a \text{ מתקרב ל-} 10$$

$$b \text{ מתקרב ל-} 5$$

לכן D מתקרב ל-5 אך תמיד קטן ממנו:

$$D = a - b < 10 - 5 = 5$$



שלב 2: האם יש חסם תחתון ל-D?

אין חסם תחתון ל-D (הוא יכול להיות מספר שלילי קטן ככל שנרצה).

לכן גם ל-D אין חסם תחתון - הוא יכול להיות קטן ככל שנרצה.

שלב 3: מסקנה

$$D < 5$$

תשובה (4).

שאלה 7 - גיאומטריה: שטחים כהים

נתונים:

- שני רבעי מעגל מונחים על הקטע AB
- אורך $AB = 1$ ס"מ

מה סכום השטחים הכהים?

פתרון:

רעיון מרכזי:

השטחים הכהים אינם צורות מוכרות. נגדיר אותם כהפרש בין צורות שאנחנו כן מכירים.

שלב 1: זיהוי הצורות

נתון בשאלה שמדובר ברבעי מעגל. נסביר מדוע:

סימני הזווית הישרה בסרטוט מראים שהזווית המרכזית היא 90° .

משפט: שטח גזרה שווה לשטח המעגל כפול היחס בין הזווית המרכזית ל- 360° :

$$S = \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

במקרה שלנו הזווית היא 90° , ולכן:

$$S = \pi r^2 \cdot \frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi r^2}{4}$$

כלומר מדובר ברבעי מעגל, ו- AB הוא רדיוס המעגל ($r = 1$ ס"מ).

שלב 2: זיהוי המשולשים

$\triangle ABC$ הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים, כי $AC = AB = 1$ (שניהם רדיוסים).

$\triangle ABD$ הוא גם משולש ישר זווית ושווה שוקיים, כי $AD = AB = 1$ (שניהם רדיוסים).

לכן שני המשולשים שווים בשטחם.

שלב 3: עיקרון החישוב

שני רבעי מעגל יחד יוצרים חצי מעגל, והחלק הלבן מורכב משני משולשים זוויתיים.

לכן סכום השטחים הכהים שווה לחצי מעגל פחות שני משולשים.



שלב 4: חישוב

שטח חצי מעגל:

$$\frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = \frac{\pi}{2}$$

שטח שני משולשים:

$$2 \cdot \frac{1 \cdot 1}{2} = 1$$

סכום השטחים הכהים:

$$\frac{\pi}{2} - 1$$

$$1 - \frac{\pi}{2} \text{ סמ"ר}$$

תשובה (2).

הסקה מטבלה (שאלות 8-12)

שאלה 8 - הסקה מתרשים: זוגות מינים מתחרים

הגדרה: "זוג מינים מתחרים" הוא זוג מינים שעומד בשני תנאים:

1. לשני המינים יש מקור מזון משותף
2. יש חפיפה בין שטחי השוטטות של שני המינים ביום המחקר

כמה זוגות של מינים מתחרים יש בשמורה?

פתרון:

אסטרטגיה:

נמצא קודם את כל הזוגות עם מזון משותף (מהטבלה), ואז נבדוק אילו מהם חופפים בשטח (מהתרשים).

שלב 1: זיהוי מקורות מזון משותפים (מהטבלה)

- אריה: זברות, תנים
- זברה: עשב
- נמר: זברות, שפנים
- שפן: עשב
- תן: שפנים

זוגות עם מזון משותף:

- אריה ונמר - שניהם אוכלים זברות ✓
- זברה ושפן - שניהם אוכלים עשב ✓
- נמר ותן - שניהם אוכלים שפנים ✓

שלב 2: בדיקת חפיפת שטחים (מהתרשים)

- אריה ונמר: אין חפיפה ✗
- זברה ושפן: יש חפיפה ✓
- נמר ותן: יש חפיפה ✓

שלב 3: מסקנה

רק שני זוגות מקיימים את שני התנאים:

1. זברה ושפן
2. נמר ותן

יש 2 זוגות מינים מתחרים

תשובה (2).



שאלה 9 - הסקה מתרשים: מעקב אחרי נמר

נתון: החוקרים סימנו את אחד הנמרים בשמורה לצורך מעקב.

כמה פרטים (מכל המינים שבשמורה), לכל היותר, פגש נמר זה בשיטוטיו ביום המחקר?

פתרון:

שימו לב:

"לכל היותר" אומר שהנמר פגש את כל בעלי החיים שחולקים איתו את שטח השוטטות באותו היום. לכן נחבר את מספר הפרטים של כל סוגי בעלי החיים שהוא יכל לפגוש.

שלב 1: זיהוי חפיפות השטח של הנמר (מהתרשים)

שטח השוטטות של הנמר חופף עם המינים:

- תן
- שפן

שלב 2: חישוב מספר הפרטים (מהטבלה)

- תן: 15 פרטים
- שפן: 52 פרטים
- נמרים אחרים: יש 3 נמרים בשמורה סך הכול, מתוכם 2 נמרים אחרים שהנמר המסומן יכול לפגוש (כמובן שהוא לא יכול לפגוש את עצמו)

שלב 3: סיכום

$$15 + 52 + 2 = 69$$

לכל היותר 69 פרטים

תשובה (4).

שאלה 10 - הסקה מתרשים: שטח שוטטות הזברות

נתונים:

- שטח השוטטות המשותף לזברות ולשפנים שווה ל- $\frac{1}{4}$ משטח השוטטות הכולל של השפנים
- גודל שטח השוטטות המשותף לזברות ולאריות הוא 6 קמ"ר

מה גודל השטח ששוטטו בו זברות בלבד (בקמ"ר)?

פתרון:

אסטרטגיה:

נמצא את שטח הזברות הכולל, נחסיר ממנו את השטחים המשותפים עם מינים אחרים, ונקבל את שטח הזברות בלבד.

שלב 1: מציאת שטח השוטטות הכולל של השפנים (מהטבלה)

גודל שטח השוטטות של השפנים = 32 קמ"ר

שלב 2: מציאת השטח המשותף לזברות ולשפנים

$$\text{שטח משותף זברות-שפנים} = \frac{1}{4} \times 32 = 8 \text{ קמ"ר}$$

שלב 3: מציאת שטח השוטטות הכולל של הזברות (מהטבלה)

גודל שטח השוטטות של הזברות = 24 קמ"ר



שלב 4: חישוב שטח הזירות בלבד

שטח הזירות הכולל מתחלק ל-3 חלקים:

- שטח משותף עם שפנים: 8 קמ"ר
- שטח משותף עם אריות (נתון): 6 קמ"ר
- שטח זירות בלבד: ?

$$\text{שטח זירות בלבד} = 24 - 8 - 6 = 10 \text{ קמ"ר}$$

10 קמ"ר

תשובה (1).

שאלה 11 - הסקה מתרשים: טעות בתרשים

נתון: ביום המחקר נצפה נמר שטורף זברה. בעקבות זאת הבינו החוקרים כי נפלה טעות בתרשים וכי שטחי השוטטות של שני מינים בתרשים הוחלפו זה בזה.

איזה מזוגות המינים הבאים יכול להיות זוג המינים שהוחלפו בתרשים?

פתרון:

הבנת הבעיה:

נמר טרף זברה, אבל לפי התרשים הנוכחי - הנמר והזברה לא חולקים שטח משותף.

לכן חייבת להיות טעות: אם נחליף את השטחים של שני מינים מסוימים, הנמר והזברה יחפפו.

בדיקת התשובות:

- (1) **זברה ; נמר** - אם נחליף את השטחים שלהם, הנמר יהיה במקום הזברה והזברה במקום הנמר. הם עדיין לא יחפפו. ✗
- (2) **זברה ; תן** - אם נחליף, הזברה תהיה במקום התן. התן חופף עם הנמר, לכן הזברה תחפוף עם הנמר. ✓
- (3) **נמר ; תן** - אם נחליף, הנמר יהיה במקום התן. התן לא חופף עם הזברה, לכן הנמר לא יחפוף עם הזברה. ✗
- (4) **אריה ; זברה** - אם נחליף, הזברה תהיה במקום האריה. האריה לא חופף עם הנמר, לכן הזברה לא תחפוף עם הנמר. ✗

תשובה (2).



שאלה 12 - הסקה מתרשים: הוספת שפנים לשמורה

נתון: החוקרים מעוניינים להוסיף לשמורה שפנים במשקל הממוצע עד שסכום משקליהם של כל השפנים בשמורה יעלה על המשקל הממוצע של אריה אחד.

כמה שפנים, לכל הפחות, על החוקרים להוסיף לשמורה?

פתרון:

שלב 1: איסוף נתונים מהטבלה

- משקל ממוצע של שפן: 4 ק"ג
- מספר שפנים בשמורה: 52
- משקל ממוצע של אריה: 250 ק"ג

שלב 2: חישוב סכום משקל השפנים הנוכחי

נכפיל את מספר השפנים במשקל הממוצע:

$$52 \times 4 = 208$$

סכום משקל השפנים כעת הוא 208 ק"ג.

שלב 3: חישוב כמה חסר

צריך להגיע ליותר מ-250 ק"ג. נחשב את ההפרש:

$$250 - 208 = 42$$

חסרים 42 ק"ג.

שלב 4: חישוב מספר השפנים להוספה

כל שפן שמוסיפים שוקל 4 ק"ג (משקל ממוצע). נחלק:

$$42 \div 4 = 10.5$$

יצא 10.5, אבל לא ניתן להוסיף חצי שפן - צריך להוסיף מספר שלם של שפנים. לכן צריך להוסיף לפחות 11 שפנים.

בדיקה:

עם 10 שפנים נוספים:

$$208 + 40 = 248$$

יצא 248 ק"ג - לא מספיק. ✗

עם 11 שפנים נוספים:

$$208 + 44 = 252$$

יצא 252 ק"ג - יותר מ-250. ✓

תשובה (3).

שאלות ובעיות (שאלות 13-20)

שאלה 13 - בעיית הספק

נתונים:

- 4 מכונות מסוג א מסיימות עבודה ב-9 שעות
- 9 מכונות מסוג ב מסיימות את אותה עבודה ב-4 שעות

מה היחס בין הזמן שנדרש למכונה מסוג א לסיים את העבודה לבד לבין הזמן שנדרש למכונה מסוג ב לסיים את העבודה לבד?

פתרון:

עיקרון: יחס הפוך בין מספר הפועלים לזמן

אם כמה מכונות עובדות יחד באותו הקצב, הזמן מתחלק ביניהן.

ככל שיש יותר מכונות - הזמן קצר יותר. ככל שיש פחות מכונות - הזמן ארוך יותר.

לכן אם מכפילים את מספר המכונות פי 2, הזמן מתחלק ב-2.

ואם מחלקים את מספר המכונות (למשל ממספר מכונות למכונה אחת), הזמן מוכפל באותו היחס.

שלב 1: זמן עבודה של מכונה אחת מסוג א

אם 4 מכונות מסיימות ב-9 שעות, אז מכונה אחת תסיים ב:

$$4 \times 9 = 36$$

מכונה אחת מסוג א מסיימת את העבודה ב-36 שעות.

שלב 2: זמן עבודה של מכונה אחת מסוג ב

אם 9 מכונות מסיימות ב-4 שעות, אז מכונה אחת תסיים ב:

$$9 \times 4 = 36$$

מכונה אחת מסוג ב מסיימת את העבודה ב-36 שעות.

שלב 3: חישוב היחס

$$\frac{36}{36} = 1$$

היחס הוא 1

תשובה (1).



שאלה 14 - גיאומטריה: היקף בסיס פירמידה

נתונים:

- שתי פירמידות A ו-B, שבבסיסיהן הם מלבנים השונים זה מזה
- לשתי הפירמידות אותו הגובה ואותו הנפח
- בפירמידה A אורכי צלעות הבסיס הם 1 ס"מ ו-6 ס"מ
- בפירמידה B אורך אחת מצלעות הבסיס הוא 2 ס"מ

באילו מהפירמידות היקף הבסיס גדול יותר?

פתרון:

שלב 1: מציאת שטח בסיס A

נכפיל את צלעות המלבן:

$$1 \times 6 = 6$$

שטח בסיס A הוא 6 סמ"ר.

שלב 2: מציאת שטח בסיס B

נפח פירמידה נתון בנוסחה:

$$V = \frac{S \cdot h}{3}$$

מכיוון שלשתי הפירמידות אותו נפח ואותו גובה, שטחי הבסיסים חייבים להיות שווים.

לכן שטח בסיס B הוא גם 6 סמ"ר.

שלב 3: מציאת הצלע השנייה של בסיס B

צלע אחת של בסיס B היא 2 ס"מ (נתון). נמצא את הצלע השנייה:

$$6 \div 2 = 3$$

הצלע השנייה היא 3 ס"מ.

לסיכום: צלעות בסיס B הן 2 ס"מ ו-3 ס"מ.

שלב 4: חישוב ההיקפים

היקף בסיס A:

$$2 \times (1 + 6) = 14$$

היקף בסיס B:

$$2 \times (2 + 3) = 10$$

היקף בסיס A גדול יותר ($10 < 14$)

תשובה (1).



שאלה 15 - בעיה מילולית: חבילת עפרונות

נתונים:

- בחבילת עפרונות יש 12 עפרונות חדשים
- אורכו של עיפרון חדש הוא 20 ס"מ
- בכל שעת כתיבה מתן מחדד את עפרונו ומקצרו ב-1 ס"מ
- מתן מפסיק להשתמש בעיפרון כשאורכו מגיע ל-4 ס"מ
- מתן כותב בעיפרון 6 שעות בכל יום

לכמה ימים תספיק לו חבילת עפרונות?

פתרון:

שלב 1: כמה שעות כתיבה מעיפרון אחד?

עיפרון חדש: 20 ס"מ
עיפרון משומש (סוף השימוש): 4 ס"מ

נחשב את הקיצור הכולל:

$$20 - 4 = 16$$

כל שעה העיפרון מתקצר ב-1 ס"מ, לכן עיפרון אחד מספיק ל-16 שעות כתיבה.

שלב 2: לכמה ימים תספיק החבילה?

נחשב את כמות השעות שמתן ממצה מחבילת עפרונות (12 עפרונות כפול 16 שעות לכל עיפרון), חלקי כמות השעות שהוא כותב בהן ביום (6), כדי לגלות לכמה ימים חבילה אחת מספיקה לו:

$$\frac{12 \times 16}{6} = \frac{192}{6} = 32 \times 16 = 32$$

החבילה תספיק ל-32 ימים

תשובה (4).



שאלה 16 - הסתברות: הטלת קוביות

נתון: דביר מטיל 3 קוביות הוגנות.

מה הסיכוי שסכום התוצאות יהיה 17 לפחות?

פתרון:

שלב 1: מה הסכומים האפשריים?

סכום מקסימלי: $6 + 6 + 6 = 18$

סכום מינימלי: $1 + 1 + 1 = 3$

אנחנו מחפשים סכום של 17 לפחות, כלומר 17 או 18.

שלב 2: מציאת הצירופים לסכום 18

יש רק צירוף אחד: (6, 6, 6)

סה"כ: 1 אפשרות.

שלב 3: מציאת הצירופים לסכום 17

האפשרות היחידה היא שבפעמיים כלשהן ייצא 6, ופעם אחת ייצא 5.

כמה סידורים יש? הקובייה עם 5 יכולה להיות הראשונה, השנייה או השלישית.

סה"כ: 3 אפשרויות.

שלב 4: חישוב ההסתברות

הסתברות למאורע שווה למספר האפשרויות בהן המאורע מתקיים, חלקי כל האפשרויות.

כל תוצאת קובייה בודדת היא בהסתברות של שישית. כשמחשבים הסתברות של כמה מאורעות בלתי תלויים, מכפילים את ההסתברויות שלהן - לכן המכנה הוא 6 בחזקת 3.

יש 4 תוצאות מוצלחות (1 לסכום 18 ועוד 3 לסכום 17):

$$\frac{4}{6 \times 6 \times 6} = \frac{4}{6 \times 4 \times 9} = \frac{4}{6 \times 4 \times 9} = \frac{1}{54}$$

$\frac{1}{54}$

תשובה (4).

שאלה 17 - אלגברה: ביטוי עם שורש

נתון: x הוא מספר שלם הגדול מ-1.

איזו מהטענות הבאות נכונה לגבי הביטוי $\sqrt{x^2 - x}$?

פתרון:

שלב 1: פישוט הביטוי

נוציא גורם משותף:

$$\sqrt{x(x-1)} = \sqrt{x^2 - x}$$

הביטוי הוא שורש של מכפלת שני מספרים עוקבים: x ו- $x-1$.

שלב 2: הבנת תכונות הביטוי

כדי שהשורש יהיה מספר שלם, הביטוי שתחת השורש חייב להיות ריבוע שלם (כמו 16 או 49).

כלומר, צריך לבדוק: האם המכפלה $x(x-1)$ יכולה להיות ריבוע שלם?

שלב 3: האם מכפלת שני עוקבים יכולה להיות ריבוע שלם?

ריבוע שלם הוא מכפלה של מספר בעצמו, כלומר מכפלה של שני גורמים שווים.

אבל x ו- $x-1$ הם מספרים עוקבים - הם בהכרח שונים זה מזה.

מכפלה של מספר שלם בעוקב שלו היא לעולם לא מכפלה של שני מספרים שווים.

לפיכך, נוכל להסיק כי המכפלה $x(x-1)$ לא יכולה להכיל שני גורמים שווים, כלומר אינה יכולה להיות חזקה שנייה של מספר שלם ומכאן שהפעלת שורש ריבועי על מכפלה זו, לעולם תביא למספר לא שלם.

תשובה (4).

שאלה 18 - בעיה מילולית: מחיר חולצות

נתונים:

- חנות א: מחיר חולצה קצרה 20 ש"ח, מחיר חולצה ארוכה 40 ש"ח
- חנות ב: מחיר כל חולצה הוא x ש"ח
- ביום כלשהו קיבלו שתי החנויות סכום כסף זהה ממכירת חולצות
- באותו יום נמכר בשתייהן מספר זהה של חולצות
- 30% מהחולצות שנמכרו בחנות א היו ארוכות

$$x = ?$$

פתרון:

שלב 1: בחירת מספר נוח

נניח שבכל חנות נמכרו 10 חולצות (מספר נוח לחישוב אחוזים).

מספר החולצות לא משנה את התוצאה, כי הוא זהה בשתי החנויות.

שלב 2: חישוב ההכנסה בחנות א

30% מהחולצות היו ארוכות, כלומר 3 חולצות ארוכות (במחיר 40 ש"ח כל אחת).
70% מהחולצות היו קצרות, כלומר 7 חולצות קצרות (במחיר 20 ש"ח כל אחת).

הכנסה בחנות א:

$$3 \times 40 + 7 \times 20 = 120 + 140 = 260$$

ההכנסה בחנות א היא 260 ש"ח.

שלב 3: חישוב ההכנסה בחנות ב

בחנות ב נמכרו 10 חולצות, כל אחת במחיר x ש"ח:

$$10 \times x = 10x$$

שלב 4: השוואת ההכנסות

ההכנסות שוות. ההכנסה בחנות א היא 260 ש"ח, וההכנסה בחנות ב היא $10x$:

$$260 = 10x$$

נחלק ב-10 (מספר החולצות) כדי למצוא את מחיר החולצה הבודדת:

$$x = 26$$

מחיר כל חולצה בחנות ב הוא 26 ש"ח.

תשובה (2).



שאלה 19 - גיאומטריה אנליטית: מלבן במערכת צירים

נתונים:

• מלבן ABCD שצלעותיו מקבילות לצירים

• $A(1, 3)$

• $AD = 2 \cdot AB$

מהן הקואורדינטות של נקודה C?

פתרון:

שלב 1: זיהוי הצלעות

מהשרטוט נראה ש:

• AB היא צלע אנכית (מקבילה לציר y)

• AD היא צלע אופקית (מקבילה לציר x)

מכיוון $AD = 2 \cdot AB$, הצלע האופקית ארוכה פי 2 מהצלע האנכית.

שלב 2: בדיקת התשובות

בתשובות אפשר לראות שיש 2 אופציות לערך ה-y של C: 1 או 2.
ערך ה-y של C זהה לערך ה-y של B (שתיהן בתחתית המלבן), לכן צריך לבדוק את שתי האפשרויות.

נקודה A נמצאת בגובה $y = 3$.

אפשרות א: y של B הוא 1

נקודה A בגובה 3 ונקודה B בגובה 1, לכן אורך הצלע האנכית הוא:

$$AB = 3 - 1 = 2$$

לפי הנתון הצלע האופקית ארוכה פי 2 מהצלע האנכית:

$$AD = 2 \times 2 = 4$$

נקודה A נמצאת ב-x=1, ונקודה C נמצאת מימין במרחק AD:

$$x_C = 1 + 4 = 5$$

הערך 5 לא מופיע בתשובות, לכן אפשרות זו נשללת. ❌

אפשרות ב: y של B הוא 2

$$AB = 3 - 2 = 1$$

שלב 3: חישוב AD

לפי הנתון $AD = 2 \cdot AB$:

$$AD = 2 \times 1 = 2$$

שלב 4: בדיקה מול התשובות

נבדוק האם הקואורדינטות שמצאנו מתאימות לאחת התשובות:

$$x_C = 1 + 2 = 3$$

$$y_C = 2$$

$C(3, 2)$

תשובה (2).



שאלה 20 - אלגברה: התחלקות

נתונים:

- x מתחלק ב-2 ללא שארית
- y מתחלק ב-4 ללא שארית

איה מהמספרים הבאים הוא המספר הגדול ביותר שבו הסכום $(x + y)$ מתחלק בהכרח?

פתרון:

שלב 1: בדיקת התשובות בהצבה

נבדוק האם הסכום מתחלק בהכרח ב-4, 6 או 8.
נשתמש במספרים קטנים כדי שיהיה קל לחשב.

הצבה ראשונה: $x = 2, y = 4$

$$x + y = 2 + 4 = 6$$

6 מתחלק ב-2 וב-6, אבל לא מתחלק ב-4 ולא ב-8.

הצבה שנייה: $x = 4, y = 4$

$$x + y = 4 + 4 = 8$$

8 מתחלק ב-2, ב-4 וב-8, אבל לא מתחלק ב-6.

מסקנה: מצאנו דוגמה שבה הסכום לא מתחלק ב-4 ולא ב-8, ודוגמה אחרת שבה הסכום לא מתחלק ב-6. מכאן שהסכום לא מתחלק בהכרח באף אחד מהמספרים 4, 6 או 8.

לעומת זאת, בשתי הדוגמאות הסכום כן מתחלק ב-2.

המספר הגדול ביותר שבו הסכום מתחלק בהכרח הוא 2.

דרך נוספת: הוכחה אלגברית

x מתחלק ב-2, כלומר x הוא מספר זוגי. אפשר לכתוב:

$$x = 2k$$

(כאשר k מספר שלם כלשהו)

y מתחלק ב-4, כלומר y הוא כפולה של 4. אפשר לכתוב:

$$y = 4m$$

(כאשר m מספר שלם כלשהו)

נחשב את הסכום:

$$x + y = 2k + 4m = 2(k + 2m)$$

הסכום הוא כפולה של 2. אי אפשר להוציא גורם משותף גדול יותר מ-2, מכיוון ש- k יכול להיות כל מספר שלם (זוגי או אי-זוגי).

תשובה (2).