

מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(2)	(3)	(2)	(1)	(4)	(3)	(2)	(2)	(1)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(2)	(4)	(2)	(2)	(3)	(3)	(3)	(2)	(1)	(4)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-7)

1. השאלה: $\frac{a^8 c^3}{a^4 c^6} = ?$ (c, a ≠ 0)

פתרון: פשוט אלגברי

$$a^4 c^{-3} \Leftrightarrow a^{8-4} c^{3-6} \Leftrightarrow \frac{a^8 c^3}{a^4 c^6} : \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} : \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

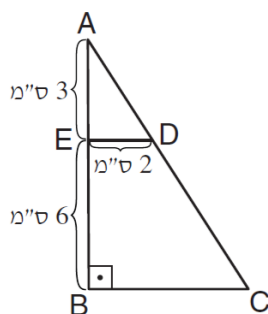
תשובה (4).

2. השאלה: בסרטוט שלפניכם משולש ABC. D ו-E הן נקודות על צלעות

המשולש.

נתון: ED || BC

לפי נתונים אלו והנתונים שבסרטוט, מה שטח הטרפז BCDE (בסמ"ר)?



פתרון: על מנת למצוא את שטח הטרפז, עלינו לדעת מה אורך בסיסיו ומה גובהו של הטרפז. אנו יודעים כי אורך הבסיס העליון הוא 2 ס"מ, וכי גובהו הוא 6 ס"מ. עלינו למצוא מה אורך הבסיס התחתון. כאשר מעבירים במשולש ישר המקביל לאחת הצלעות מקבלים משולשים דומים: המשולש ADE ומשולש ABC הם משולשים דומים.

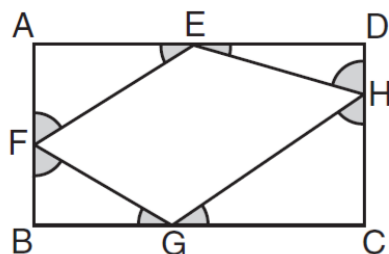
היחס בין זוג הצלעות המתאימות, הצלע AB והצלע AE הוא 9:3, נצמצם אותו ונקבל 3:1.

מכאן שהצלע BC גדולה פי 3 מהצלע המתאימה לה, הצלע DE. אורכה של הצלע BC הוא 6 ס"מ ($3 \cdot 2 = 6$)

$$\left(\frac{(DE + BC) \cdot BE}{2} = \frac{(2 + 6) \cdot 6}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \right) \text{ סמ"ר}$$

תשובה (2).

3. השאלה: במלבן ABCD חסום מרובע EFGH (ראו סרטוט).



מה סכום הזוויות המסומנות באפור?

פתרון:

ניתן לחשב את סכום הזוויות המסומנות באפור בכמה דרכים:
הדרך הישירה. במלבן המסורטט לפנינו יש 4 משולשים ישרי-זווית.
בכל אחד מהמשולשים ישרי-הזווית יש שתי זוויות המסומנות
באפור. סכום שתי הזוויות הללו, המשלימות את סכום הזוויות
במשולש ל- 180° שווה בהכרח ל- 90° .
מכיוון שיש 4 זוגות של זוויות אפורות, וסכום הזוויות של כל זוג
שווה ל- 90° , הרי שסכום כל הזוויות המסומנות באפור הוא $(4 \cdot 90^\circ) = 360^\circ$.

תשובה (3).

4. השאלה: בספריה כלשהי 100 ספרים.

נתון: 45 מהספרים הם ספרי שירה.

60 מהספרים הם ספרים מתורגמים.

מכאן שמספר ספרי השירה המתורגמים בספרייה הוא לכל הפחות _____ ולכל היותר _____.

פתרון: לפנינו בעיית חפיפה שבה אנו מתבקשים למצוא את המינימום ואת המקסימום.

החפיפה המקסימלית בין קבוצת ספרי השירה לספרים המתורגמים, שווה לגודלה של הקבוצה הקטנה.

מכאן שמספרם המקסימלי של ספרי השירה המתורגמים בספרייה הוא 45 שכן יש 45 ספרי שירה בלבד.

תשובות (1) ו-(3) נפסלות.

החפיפה המינימלית בין קבוצת ספרי השירה לספרים המתורגמים, שווה לסכום שתי הקבוצות פחות בד כול

הספרים. מכאן שמספרם המינימלי של ספרי השירה המתורגמים בספרייה הוא $(45 + 60 - 100) = 5$.

תשובה (4) נפסלת.

תשובה (2).

5. השאלה: רדיוס בסיסו של גליל הוא r ס"מ.

גובה הגליל שווה לקוטרו של בסיס הגליל.

$$=? \frac{\text{נפח הגליל (בסמק)}}{\text{היקף בסיס הגליל (בסמ)}}$$

פתרון: אם אורכו של רדיוס בסיס הגליל הוא r ס"מ, הרי שהיקף בסיס הגליל שווה ל- $2\pi r$ ס"מ.

נפח הגליל שווה למכפלת שטח בסיס הגליל, כלומר πr^2 בגובה הגליל, אשר שווה ל- $2r$ לפי נתוני השאלה.

מכאן שנפח הגליל שווה ל- $2\pi r^3$ $(\pi r^2 \cdot 2r =)$.

$$\left(\frac{2\pi r^3}{2\pi r} = \right) r^2 \text{ נמצא כי הביטוי המבוקש שווה ל-}$$

תשובה (1).

6.

השאלה: בחנות המלביש מחיר מכנסיים 75 שקלים ומחיר חולצה 45 שקלים. ביום מסוים היה מספר החולצות שנמכרו גדול פי 3 ממספר המכנסיים שנמכרו. סך כל הכסף שהתקבל ממכירת חולצות ומכנסיים באותו יום היה 840 שקלים.

כמה מכנסיים נמכרו בחנות באותו יום?

פתרון: בדיקת תשובות

נתון כי סכום הכסף הכולל שהתקבל ממכירת חולצות ומכנסיים באותו יום היה 840 שקלים, מחיר המכנסיים הוא 75 שקלים, מחיר החולצה 45 שקלים ומספר החולצות שנמכרו גדול פי 3 ממספר המכנסיים שנמכרו. נבדוק תשובה אמצעית, ונעריך באמצעות סדר גודל מה הסכום הכולל.

תשובה (2): 9. אם נמכרו 9 זוגות מכנסיים, הרי שנמכרו 27 חולצות $(= 3 \cdot 9)$.

מחיר כל חולצה הוא 45 שקלים, ולכן מחירן של 20 חולצות הוא 900 שקלים $(= 20 \cdot 45)$. מכיוון שהסכום הכולל הנתון בשאלה הוא 840, הסכום המתקבל בבדיקת תשובה (2) הוא גדול מדי, ולכן תשובה זו ותשובה (1) נפסלות.

תשובה (3): 6. אם נמכרו 6 זוגות מכנסיים, הרי שנמכרו 18 חולצות $(= 3 \cdot 6)$.

מחיר כל חולצה הוא 45 שקלים, ולכן מחירן של 20 חולצות הוא 900 שקלים. מחירן של 18 חולצות + 6 זוגות מכנסיים הוא בוודאות גדול מ-840 שקלים. מכיוון שהסכום המתקבל בבדיקת תשובה (3) הוא בוודאות גדול מ-840, תשובה זו נפסלת ונותרנו עם תשובה (4) בלבד.

נבדוק את הסכום הכולל המתקבל בתשובה (4).

הסכום הכולל של 4 זוגות מכנסיים ו-12 חולצות:

- מחירו של זוג מכנסיים הוא 75 שקלים ולכן מחירם של 4 זוגות מכנסיים הוא 300 שקלים $(= 4 \cdot 75)$.

- מחירה של חולצה הוא 45 שקלים, ולכן סכום מחירי 12 חולצות הוא 540 שקלים $(= 12 \cdot 45)$.

הסכום הכולל של 4 זוגות מכנסיים ו-12 חולצות הוא 840 שקלים $(= 300 + 540)$.

תשובה (4).

7.

השאלה: מעלית בבניין כלשהו עולה בקצב של 5 קומות בדקה ויורדת בקצב של 10 קומות בדקה.

כמה זמן יידרש למעלית לעלות מקומה 5 לקומה 25, לאחר מכן לרדת לקומה 15, ולבסוף לעלות לקומה 40 (ללא עצירות)?

פתרון: נמצא את הזמן הנדרש למעלית לעבור כל אחד מהשלבים המתוארים בשאלה.

אם המעלית עולה בקצב של 5 קומות בדקה, הרי שהזמן שיידרש לה לעלות מקומה 5 לקומה 25, סך הכול 20 קומות שהם 4 פעמים 5 קומות הוא 4 דקות.

אם המעלית יורדת בקצב של 10 קומות בדקה, הרי שהזמן שיידרש לה מקומה 25 לקומה 15, כלומר 10 קומות הוא דקה אחת בדיוק.

אם המעלית עולה בקצב של 5 קומות בדקה, הרי שהזמן שיידרש לה לעלות מקומה 15 לקומה 40, סך הכול 25 קומות $(= 40 - 15)$, שהם 5 פעמים 5 קומות הוא 5 דקות.

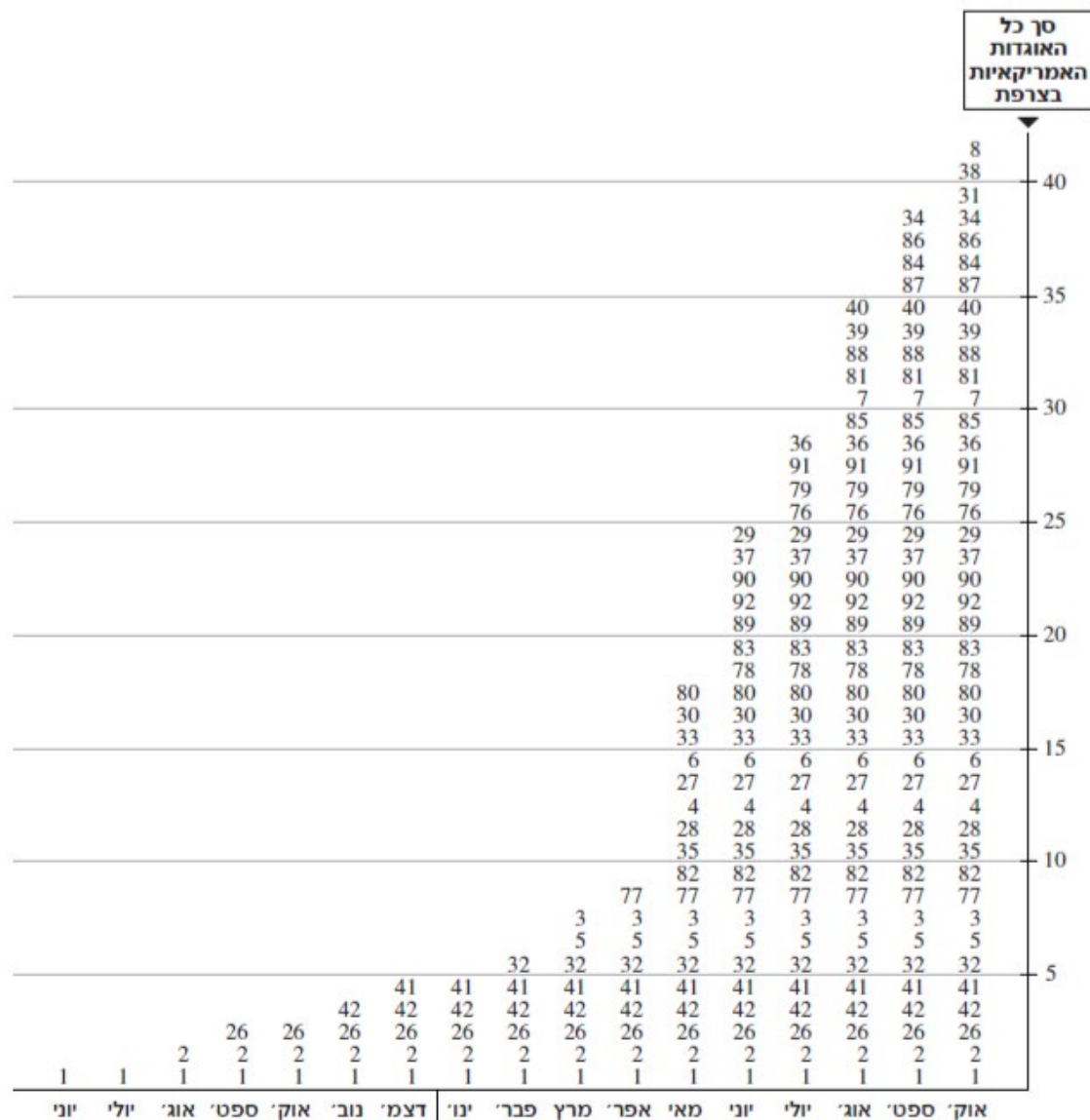
מצאנו שסך הזמן שנדרש למעלית לעבור את כל השלבים המתוארים בשאלה הוא 10 דקות $(= 4 + 1 + 5)$.

תשובה (3).

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריו.

הערה: בכל התקופה המתוארת בתרשים לא עזבה שום אוגדה את צרפת.

לדוגמה, בחודש ספטמבר 1917 היו בצרפת שלוש איגודות אמריקאיות: אוגדה 1, אוגדה 2 ואוגדה 26. זה היה החודש הראשון שבו אוגדה 26 הייתה בצרפת.



הסברים

8.

השאלה: בתקופה המתוארת בתרשים, איזו מהאוגדות הבאות שהתה בצרפת הכי הרבה זמן?

פתרון: לפי נתוני התרשים בכל התקופה המתוארת בתרשים אף אוגדה לא עזבה את צרפת, ולכן האוגדה שהגיעה לצרפת ראשונה היא זו ששהתה בה הכי הרבה זמן. למשל, אוגדה 1 שהגיעה לצרפת ביוני 1917 היא זו ששהתה בה הכי הרבה זמן. נתבקשנו לקבוע מי מהאוגדות **שבתשובות** שהתה הכי הרבה זמן, ולכן נעבור על התשובות המוצעות.

אוגדה 8 הגיעה לצרפת באוקטובר 2018; אוגדה 32 – פברואר 2018; אוגדה 77 – אפריל 2018 ואוגדה 80 – מאי 1918. מכאן שהאוגדה שהגיעה ראשונה מבין ארבעת האוגדות היא אוגדה 32. הערה: פתרון אפשרי נוסף הוא פשוט לסרוק את התרשים משמאל לימין ולמצוא מי מארבעת האוגדות המוצעות היא האוגדה הראשונה שמופיעה בתרשים.

תשובה (2).

9.

השאלה: לאחר המלחמה (מחודש נובמבר 1918 ואילך) החלו לפנות את האוגדות האמריקאיות מצרפת בקצב של 3 אוגדות לחודש. סדר הפינוי נקבע לפי ותק האוגדות בצרפת: תחילה פונו 3 האוגדות הראשונות שהגיעו לצרפת, בחודש לאחר מכן פונו 3 האוגדות שהגיעו אחריהן, וכן הלאה.

אחרי 8 חודשי פינוי, ייתכן שהאוגדה הוותיקה ביותר על אדמת צרפת הייתה אוגדה -

פתרון: לפי נתוני השאלה בכל חודש פינו 3 אוגדות, ומכאן שלאחר 8 חודשי פינוי – פונו 24 אוגדות ($8 \cdot 3$). לפי העמודה הימנית בתרשים – אוקטובר 2018 – אשר מציינת את כל האוגדות שהגיעו לצרפת לפי סדר הגעתן, האוגדה ה-25 שהגיעה לצרפת היא אוגדה 29.

תשובה (2).

10.

השאלה: איזו מהטענות הבאות נכונה לגבי החודשים המתוארים בתרשים?

פתרון: נעבור על התשובות המוצעות:

תשובה (1): יש חודש שבו לא הגיעה לצרפת אף אוגדה

נעבור על התרשים משמאל לימין ונבדוק האם יש חודש שבו לא נוספה אוגדה חדשה. בחודש יוני 1917 הייתה בצרפת אוגדה מספר 1, גם בחודש יולי 1917 – זו האוגדה היחידה הנמצאת בצרפת, ומכאן שמצאנו כי זו התשובה הנכונה. אך ורק לשם השלמת החסר נעבור על יתר התשובות.

תשובה (2): יש חודש שבו הגיעו לצרפת יותר מ-10 אוגדות

נבדוק חודשים שבהם יש עליה גדולה במספר האוגדות הנמצאות בצרפת. למשל בחודשים מאי ויוני 1918. בחודש מאי 1918 ישנו גידול לפי הציר הימני של התרשים, מ-9 ל-18 אוגדות, כלומר עליה של 9 אוגדות ($18 - 9$). בחודש יוני 1918 יש לפי הציר הימני של התרשים עליה מ-18 ל-25 אוגדות, כלומר עליה של 7 אוגדות ($25 - 18$). מצאנו שאין חודש שבו הגיעו לצרפת יותר מ-10 אוגדות.

תשובה (3): בכל חודש הגיעו לצרפת 2 אוגדות לפחות

ראינו כבר בתשובה (1), כי יש חודש שבו לא הגיעה לצרפת אף אוגדה, ולכן תשובה זו אינה נכונה.

תשובה (4): בכל חודש הגיעו לצרפת יותר אוגדות מהחודש שקדם לו.

נבדוק את התרשים משמאל לימין. בחודש אוגוסט 1917 הגיעה לצרפת אוגדה אחת, אוגדה מספר 2, בחודש ספטמבר 1917 הגיעה לצרפת אוגדה אחת, אוגדה מספר 26. מכאן שהטענה כי בכל חודש הגיעו לצרפת יותר אוגדות מבחודש הקודם אינה נכונה.

תשובה (1).

11. השאלה: מורה להיסטוריה חישב כמה אוגדות בממוצע הצטרפו לכוחות בצרפת בכל חודש במהלך התקופה המתוארת בתרשים (בהנחה שהאוגדה הראשונה הגיעה ביוני 1917). הממוצע שקיבל המורה הוא מספר - **פתרון:** עלינו לעשות אומדן של מספר האוגדות הממוצע שהגיעו לצרפת במהלך התקופה. לפי העמודה הימנית ביותר, מספר האוגדות הכולל שהגיעו לצרפת 42 אוגדות במהלך כל התקופה. נבדוק כמה חודשים יש בתקופה המתוארת בתרשים בשנת 1917 יש בתרשים - 7 חודשים - יוני עד דצמבר 1917. בשנת 1918 מפורטים נתונים לגבי 10 חודשים - חודשים ינואר עד אוקטובר. בסך הכול ישנם 17 חודשים בתקופה המתוארת בתרשים $(7 + 10)$.

כעת נחלק את מספר האוגדות שהגיעו במהלך התקופה במספר החודשים: $\frac{42}{17}$.

עלינו לעשות אומדן, ולכן נבדוק כמה פעמים נכנס 17 ב-42. 17 נכנס ב-42 פעמיים בצורה שלמה $\left(\frac{34}{17} = 2\right)$.

עם שארית, אשר אין צורך לחשב את גודלה. קיבלנו כי מספר האוגדות הממוצע שהגיע לצרפת במהלך התקופה הוא בין 2 ל-3.

תשובה (2).

שאלות ובעיות (שאלות 12-20)

12. השאלה: נתון: a שווה ל-50% מ-b.

c שווה ל-125% מ-b.

לכן, c שווה ל-_____ מ-a.

פתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שנשאלנו לכמה שווה c מתוך a, נציב במקום מי ששאלו ממנו, כלומר $a = 100$.
נתון כי a שווה ל-50% מ-b. אם a שווה ל-100 הרי ש-100 שווה ל-50%, כלומר לחצי מ-b. אם a שווה לחצי מ-b, הרי ש-b גדול פי 2 מ-a, ומכאן ש-b שווה ל-200 ($100 \cdot 2 =$).

c שווה ל-125% מ-b, כלומר גדול פי $1\frac{1}{4}$ מ-b. מכאן שאם b שווה ל-200, הרי ש-c שווה ל-250

$$\left(\frac{5}{4} \cdot 200 = \right)$$

מצאנו ש-c שווה ל-250 ו-a שווה ל-100, הרי ש-c מהווה 250% מ-a.

דרך ב': פישוט אלגברי

נתון כי a שווה ל-50% מ-b, כלומר $a = \frac{50}{100} \cdot b$.

נתון כי c שווה ל-125% מ-b, כלומר $c = \frac{125}{100} b$.

שאלו על הקשר בין c ל-a, ולכן עלינו 'להיפטר' מ-b, נבודד את b מאחת המשוואות ונציב במשוואה השנייה:

$$a = \frac{50}{100} \cdot b \Leftrightarrow 100a = 50b \Leftrightarrow 2a = b$$

$$2a = b \text{ במשוואה השנייה } c = \frac{125}{100} b, \text{ ונקבל: } c = \frac{125}{100} \cdot 2a \Leftrightarrow c = \frac{125}{100} \cdot 2a \Leftrightarrow c = \frac{250}{100} \cdot a$$

c מהווה 250% מ-a.

תשובה (4).

13. השאלה: מטילים שתי קוביות משחק הוגנות.

$$=? \frac{\text{ההסתברות שסכום תוצאות ההטלה יהיה 12}}{\text{ההסתברות שסכום תוצאות ההטלה יהיה 11}}$$

פתרון: בהטלת כל קובייה יש 6 תוצאות אפשריות, ומכאן שבהטלת שתי קוביות משחק יש 36 תוצאות אפשריות ($6 \cdot 6 =$).

על מנת למצוא מה ההסתברות שסכום תוצאות ההטלה של שתי קוביות יהיה 12 עלינו למצוא בכמה מקרים מתוך 36 המקרים האפשריים סכום תוצאות ההטלה הוא 12. יש רק מקרה אחד כזה, כאשר תוצאת ההטלה היא 6,6. מכאן שההסתברות שתוצאות ההטלה של שתי קוביות יהיה 12 היא $\frac{1}{36}$.

על מנת למצוא מה ההסתברות שסכום תוצאות ההטלה של שתי קוביות יהיה 11 עלינו למצוא בכמה מקרים מתוך 36 המקרים האפשריים סכום תוצאות ההטלה הוא 11. יש שני מקרים כאלו: כאשר תוצאת ההטלה היא 6,5 וכאשר תוצאת ההטלה היא 5,6. מכאן שההסתברות שתוצאות ההטלה של שתי קוביות יהיה 11 היא $\frac{2}{36}$.

$$\frac{\text{ההסתברות שסכום תוצאות ההטלה יהיה 12}}{\text{ההסתברות שסכום תוצאות ההטלה יהיה 11}} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{2}{36}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{36}{36} = \frac{1}{2}$$

תשובה (2).

14. השאלה: a, b ו- c הם שלושה מספרים השונים מ-0.

$$|a| + b + |c| = c \quad \text{נתון:}$$

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

פתרון: עלינו לקבוע מי מהטענות נכונה בהכרח. מבט בתשובות יבהיר לנו שהשאלה היא מה סימנם של המשתנים b ו- c . ניתן לפתור את השאלה באמצעות הצבת דוגמה מספרית המקיימת את המשוואה הנתונה. נציב במקום a ו- c את המספר 1 ובמקום b את המספר -1, ונקבל: $|a| + b + |c| = c \Leftrightarrow |1| + (-1) + |1| = 1 \Leftrightarrow 1 = 1$. מכיוון שהמספרים שהצבנו מקיימים את המשוואה, ניתן לקבוע בוודאות כי: b אינו בהכרח חיובי, ולכן תשובה (1) נפסלת, וכן כי c אינו בהכרח שלילי, ולכן תשובה (4) נפסלת. כעת נחפש דוגמה נוספת המקיימת את המשוואה, למשל: נציב במקום a המספר 1 ובמקום c את המספר -1, ונמצא כי על מנת שהמשוואה תתקיים על b להיות שווה ל-(-3). $|a| + b + |c| = c \Leftrightarrow |1| + (-3) + |-1| = -1 \Leftrightarrow 1 - 3 + 1 = -1 \Leftrightarrow -1 = -1$. ניתן לפסול את תשובה (3), שכן c אינו חיובי בהכרח. התשובה הנכונה היא תשובה (2): b הוא בהכרח מספר שלילי.

תשובה (2).

15. **השאלה:** נתונים מאה המספרים הבאים: $\frac{1}{2^0}, \frac{1}{2^1}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \dots, \frac{1}{2^{99}}$

סכום המספרים הוא -

פתרון: עלינו למצוא מה סכום כל המספרים. מכיוון שמדובר במספר גדול של איברים כדאי להתחיל באיברים הגדולים, הנמצאים מצד ימין.
המספר הראשון בסדרה הוא $\frac{1}{2^0}$, אשר שווה ל-1, כלומר ל-1.
מכאן ניתן לקבוע שהסכום יהיה גדול מ-1, כלומר תשובות (1) ו-(2) נפסלות. עלינו לקבוע האם הסכום הוא בין 1 ל-2 או בין 2 ל-3, ובמילים אחרות האם הסכום קטן או גדול מ-2.
האיבר השני שווה ל- $\frac{1}{2^1}$, כלומר ל- $\frac{1}{2}$, ומכאן שסכום שני האיברים הראשונים הוא $1 + \frac{1}{2}$. על מנת להגיע לסכום של 2 חסר $\frac{1}{2}$. האיבר השלישי הוא $\frac{1}{2^2}$, כלומר שווה ל- $\frac{1}{4}$, וסכום 3 האיברים הראשונים הוא $1 + \frac{3}{4}$.
 $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}\right)$, ועל מנת להגיע ל-2 יש לחבר עוד $\frac{1}{4}$.
באופן דומה נראה כי בכל פעם האיבר שאנו מוסיפים משלים רק חצי מהפער הדרוש עד 2, ולכן ניתן להסיק כי לפי חוקיות זו לא נגיע לעולם לסכום של 2, והסכום הכולל יהיה בין 1 ל-2.
תשובה (3).

16. **השאלה:** נתון: A, B ו-C הן אנותיות המייצגות ספרות בין 1 ל-9.

$$\begin{array}{r} 35A \\ \times 4B \\ \hline 15CC5 \end{array}$$

איזו מן הטענות הבאות נכונה בהכרח?

פתרון: לפי התשובות עלינו לקבוע מה נכון לגבי סכום הספרות A ו-B, אשר כל אחת מהן מהווה את ספרת האחדות של האיברים המוכפלים זה בזה. לפי התרגיל הנתון ספרת האחדות של תוצאת המכפלה היא 5. הכפל בין ספרת האחדות של כל אחד מהאיברים היא הקובעת את ספרת האחדות של התוצאה, ומכאן שתוצאת המכפלה של A ב-B היא 5 או מספר דו-ספרתי שספרת האחדות שלו היא 5, למשל $3 \cdot 5 = 15$ או $7 \cdot 5 = 35$. באמצעות שתי הדוגמאות שנתנו ניתן לפסול את תשובות (1) ו-(4), ולקבוע שהתשובה הנכונה היא תשובה (3).
הערה: תוצאת המכפלה של A ב-B היא מספר אשר ספרת האחדות שלו היא 5, כלומר מספר אי-זוגי. על מנת שתוצאת מכפלה של שני מספרים תהיה אי-זוגית, על שני הגורמים להיות מספרים אי-זוגיים, ומכאן שסכומם בהכרח זוגי.
תשובה (3).

17. **השאלה:** x, y, z הם מספרים שלמים וחייבים.

נתון: $y < x$

x ו- y מתחלקים ב- z ללא שארית.

איזו מן הטענות הבאות מתקיימת בהכרח?

פתרון: הצבת דוגמה מספרית

נציב שני מספרים x ו- y אשר האחד גדול מהשני ושניהם מתחלקים ב- z . למשל: $x = 6, y = 2, z = 2$.

באמצעות הצבה זו נמצא כי תשובות (1) ו-(2) נפסלות.

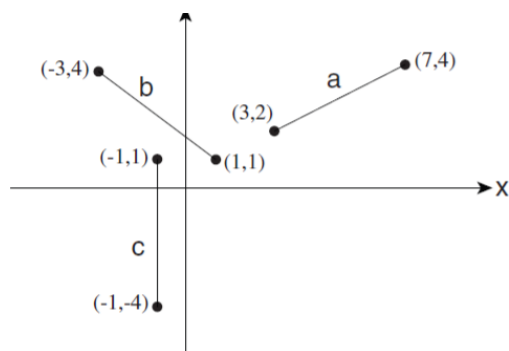
נציב שוב על מנת להכריע בין תשובות (3) ו-(4), למשל: $x = 6, y = 4, z = 2$.

באמצעות הצבה זו נמצא כי תשובה (4) נפסלת, ולכן ניתן לסמן את תשובה (3).

תשובה (3).

18. **השאלה:** במערכת צירים שלושה קטעים שאורכיהם a , b ו- c (ראו סרטוט).

איזו מהטענות הבאות נכונה?



פתרון: על מנת לקבוע מי מהטענות נכונה בהכרח נחשב את אורכי הקטעים. מכיוון שהקטע c מקביל לציר ה- y , חישוב אורכו הוא הפשוט ביותר ושווה להפרש בערך מוחלט בין ערכי ה- y של שתי הנקודות שבקצות הקטע. אורך הקטע c שווה ל-5 ($|1 - (-4)| = 5$).

הקטעים a ו- b אינם מקבילים לצירים, ולכן על מנת לחשב את אורכם יש להיעזר בבניית משולשים ישרי-זווית.

אורך הניצבים של כל אחד מהמשולשים ישר הזווית הוא

ההפרש בערך מוחלט בין ערכי ה- x ובין ערכי ה- y של הנקודות שבקצות כל קו.

אורך הישר a : אורך הניצבים המרכיבים את המשולש ישר הזווית אשר הישר a הוא היתר שלו הם: 4

$$(|7 - 3| = 4), (|4 - 2| = 2).$$

מכיוון שמצאנו כי אורך הניצבים הוא 2 ו-4, הרי שניתן לקבוע כי אורך היתר שונה מ-5, שהרי אם אורך הניצבים היה 3 ו-4, אורך היתר היה 5, ולכן במקרה שלפנינו, ניתן לקבוע כי אורכו קטן מ-5.

אורך הישר b : אורך הניצבים המרכיבים את המשולש ישר הזווית אשר הישר b הוא היתר שלו הם: 4

$$(|-3 - (-1)| = 2), (|1 - (-4)| = 5).$$

מכיוון שמצאנו כי אורך הניצבים הוא 3 ו-4, הרי שניתן לקבוע כי לפי השלשה הפיתגורית 3:4:5, אורך היתר, כלומר הישר b שווה ל-5.

מצאנו כי אורכו של הישר b שווה לאורכו של הישר c , ואורך הישר a שונה מאורכם.

תשובה (2).

19. **השאלה:** אולגה נסעה מ-A ל-B. בחלק הראשון של הדרך היא נסעה במהירות קבועה של 60 קמ"ש, ובחלק השני נסעה במהירות קבועה של 40 קמ"ש. היא הגיעה ל-B בזמן השווה לזמן הנסיעה מ-A ל-B במהירות קבועה של 50 קמ"ש.

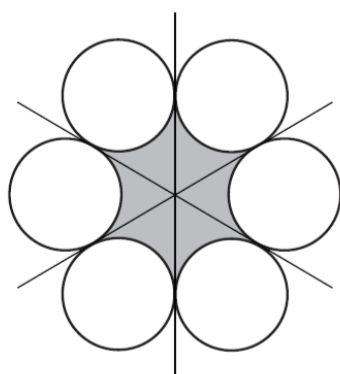
$$=? \frac{\text{הזמן שאולגה נסעה במהירות של 60 קמ"ש}}{\text{הזמן שאולגה נסעה במהירות של 40 קמ"ש}}$$

פתרון: בדיקת תשובות

תשובה (1): 1. לפי תשובה זו הזמן שאולגה נסעה במהירות 60 קמ"ש שווה לזמן שהיא נסעה במהירות 40 קמ"ש. נניח שאולגה נסעה זמן זהה במהירות 60 קמ"ש ובמהירות 40 קמ"ש. לדוגמה שעה בכל אחת מהמהירויות. במקרה כזה המרחק הכולל אותו תעבור אולגה יהיה 100 ק"מ $(60 + 40)$. אם אולגה הייתה נוסעת זמן זהה, כלומר שעתים, במהירות של 50 קמ"ש היא הייתה עוברת את אותו מרחק, ולכן מצב זה מתאים לנתוני השאלה.

הערה: אם אולגה נסעה חלק מהדרך במהירות של 60 קמ"ש, וחלק במהירות של 40 קמ"ש, היא הגיעה ל-B בזמן השווה לזמן הנסיעה מ-A ל-B במהירות קבועה של 50 קמ"ש, הרי שממוצע המהירות שלה הוא 50 קמ"ש. על מנת שהממוצע יהיה שווה ל-50 קמ"ש, כלומר בדיוק לאמצע בין 40 קמ"ש ל-60 קמ"ש, זמן נסיעתה בכל אחת מהמהירויות המתוארות חייב להיות שווה.

תשובה (1).



20. **השאלה:** בסרטוט 6 מעגלים שרדיוסם 1 ס"מ. כל אחד משלושת הישרים משיק לארבעה מהמעגלים (ראו סרטוט).

מה גודל השטח הכהה (בסמ"ר)?

פתרון:

נחבר את מרכזי ששת המעגלים ונקבל משושה משוכלל, שאורך צלעו שווה ל-2 ס"מ. השטח הכהה שווה לשטח המשושה אשר מורכב מ-6 משולשים שווים צלעות שאורך צלעם 2 ס"מ, פחות 6 גזרות זהות.

הזווית המרכזית של כל גזרה היא 120° , כלומר שווה ל- $\frac{1}{3}$

$$\text{מהמעגל} \cdot \left(\frac{120^\circ}{360^\circ} \right)$$

לפי נוסחת שטח משולש שווה-צלעות $\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ - כאשר a היא צלע המשולש.

שטחם של 6 משולשים שווה-צלעות שאורך צלעם היא 2 ס"מ, שווה ל- $6\sqrt{3}$ סמ"ר $\left(6 \cdot \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} \right)$.

סכום שטחי 6 גזרות של מעגל אשר כל אחת מהן שווה ל- $\frac{1}{3}$ מעגל שווה לשטחם של שני מעגלים $\left(6 \cdot \frac{1}{3} \right)$.

שטח כל מעגל הוא $1^2 \pi$ סמ"ר, וסכום שטחי שני מעגלים הוא 2π סמ"ר.

תשובה (4).