

מפתח תשובות נכונות

| שאלה  | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| תשובה | (4) | (3) | (1) | (1) | (2) | (3) | (3) | (4) | (4) | (2) |

| שאלה  | 11  | 12  | 13  | 14  | 15  | 16  | 17  | 18  | 19  | 20  |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| תשובה | (3) | (4) | (4) | (1) | (1) | (2) | (1) | (1) | (1) | (4) |

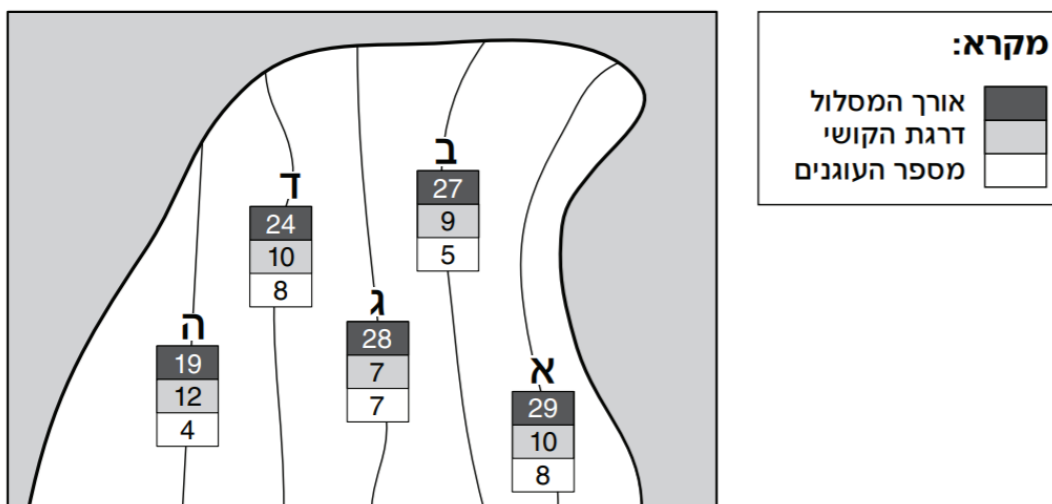
הסברים

**הסקה מתרשים (שאלות 1-4)**

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שלאחריו.

בתרשים נתונים בנוגע ל-5 מסלולי טיפוס על צוק מסוים (ראו מקרא). בנוגע לכל אחד מהמסלולים **א-ה** מצוינים אורך המסלול (במטרים), דרגת הקושי שלו (שהמספר המציין אותה גדול יותר ככל שדרגת הקושי גבוהה יותר), ומספר העוגנים שיש במסלול (עוגן הוא מעין טבעת התקועה בסלע, שאפשר לחבר אליה את החבל שבעזרתו מטפסים).

לדוגמה: אורכו של מסלול **ה** הוא 19 מטרים, דרגת הקושי שלו היא 12, ויש בו 4 עוגנים.



**שימו לב:** בתשובתכם לכל שאלה התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

## השאלות

### 1. השאלה: איזו מהטענות הבאות בהכרח נכונה?

**פתרון:** נעבור על התשובות המוצעות, וננסה תשובות שאינן נכונות בהכרח. כדי להראות שהטענה שבתשובה אינה נכונה בהכרח, יש למצוא דוגמה הפוכה לטענה. התשובה הנכונה היא זו שתיוותר לאחר פסילת שלוש תשובות.

**תשובה (1):** ככל שהמסלול ארוך יותר, כך עולה דרגת הקושי שלו

התשובה אינה נכונה, שכן ניתן לראות כי מסלול **ד** ארוך יותר ממסלול **ה**, אך דרגת הקושי שלו נמוכה יותר. אורכו של מסלול **ה** הוא 19 ק"מ, ודרגת הקושי שלו היא 12, בעוד שאורכו של מסלול **ד** הוא 24 ק"מ, אולם דרגת הקושי שלו היא 10.

**תשובה (2):** ככל שיש יותר עוגנים במסלול, כך עולה דרגת הקושי שלו

התשובה אינה נכונה, שכן במסלול **ב** למשל יש יותר עוגנים מאשר במסלול **ה**, אך דרגת הקושי של מסלול **ב** נמוכה יותר. במסלול **ה** יש 4 עוגנים, ודרגת הקושי שלו היא 12. לעומת זאת, במסלול **ב** יש 5 עוגנים, אולם דרגת הקושי שלו היא רק 9.

**תשובה (3):** המסלול הארוך ביותר הוא המסלול בעל דרגת הקושי הגבוהה ביותר

תשובה אינה נכונה. המסלול הארוך ביותר הוא מסלול **א**, שאורכו 29 ק"מ, ודרגת הקושי שלו היא 10. אולם, ניתן לראות שמסלול **ה**, שאורכו 19 ק"מ, הוא בעל דרגת קושי גבוהה יותר – 12. לכן, המסלול הארוך ביותר הוא לא המסלול בעל דרגת הקושי הגבוהה ביותר.

מכיוון שפסלנו שלוש תשובות הרי שתשובה (4) היא התשובה הנכונה, ואין צורך להמשיך לבדוק תשובות. אולם, נבדוק את תשובה (4) לצורך השלמת ההסבר.

**תשובה (4): במסלול הקצר ביותר מספר העוגנים הוא הקטן ביותר**

זו התשובה הנכונה. המסלול הקצר ביותר הוא מסלול **ה**, אשר אורכו הוא 19 ק"מ, ומספר העוגנים במסלול זה הוא 4. בשאר המסלולים שבתרשים מספר העוגנים הוא 5 או יותר, ולכן המסלול הקצר ביותר הוא גם המסלול עם מספר העוגנים הקטן ביותר.

**תשובה (4).**

### 2. השאלה: מספר העוגנים הממוצע למסלול בחמשת המסלולים הוא מספר -

**פתרון:** עלינו למצוא את מספר העוגנים הממוצע למסלול. על פי נוסחת הממוצע, מספר העוגנים הממוצע למסלול הוא סך כול העוגנים בכל המסלולים לחלק במספר המסלולים.

בכל חמשת המסלולים יש בסך הכול 32 עוגנים ( $8 + 5 + 7 + 8 + 4 =$ ).

סך הכול יש 5 מסלולים ולכן מספר העוגנים הממוצע למסלול שווה ל:  $\frac{32}{5}$ .

נוכל לראות שבתשובות מופיעים טווחים ולא מספרים ממש, כלומר מספיק לדעת למה שווה התוצאה בערך. ולכן נוכל להמשיך באחת משתי גישות:

נוכל להמשיך לפשט את המספר שקיבלנו באופן הבא:  $\frac{32}{5} \Leftrightarrow 6\frac{2}{5}$ . קיבלנו מספר בין 6 ל-7.

נמצא מספר שקרוב ל-32 שכן מתחלקים ב-5 ללא שארית. למשל,  $\frac{30}{5} = 6$ . 32 גדול מ-30, ולכן  $\frac{32}{5}$  גדול

מ-6. על בסיס אותו עיקרון,  $\frac{35}{5} = 7$ , ולכן  $\frac{32}{5}$  קטן מ-7.

**תשובה (3).**

**3. השאלה:** נגדיר:  $\{x\}$  מספר העוגנים במסלול + דרגת הקושי של המסלול  $x =$ .

לסיגל נדרשות  $x$  דקות כדי לטפס במסלול ו- $\frac{x}{2}$  דקות כדי לרדת במסלול.

כמה דקות יידרשו לסיגל כדי לטפס במסלול  $g$  ולרדת במסלול  $d$ ?

**פתרון:** נחשב בנפרד את זמן הטיפוס במסלול  $g$  וזמן הירידה במסלול  $d$ :

הזמן שייקח לסיגל לטפס במסלול  $g$ :

נתון כי לסיגל נדרשות  $x$  דקות לטפס במסלול. ידוע כי  $x$  שווה למספר העוגנים במסלול ועוד דרגת הקושי של המסלול. במסלול  $g$  יש 7 עוגנים, ודרגת הקושי של המסלול היא 7. מכאן שלסיגל יידרשו 14 דקות  $(7 + 7 =)$  לטפס במסלול  $g$ .

הזמן שייקח לסיגל לרדת במסלול  $d$ :

נתון כי לסיגל נדרשות  $\frac{x}{2}$  דקות לרדת במסלול. במסלול  $d$  יש 8 עוגנים, ודרגת הקושי של מסלול  $d$  היא 10,

ומכאן ש- $x = 18$   $(8 + 10 =)$ . לפיכך, לסיגל יידרשו 9 דקות  $\left(\frac{18}{2} =\right)$  לרדת במסלול  $d$ .

מצאנו שלסיגל יידרשו 14 דקות לטפס במסלול  $g$ , ו-9 דקות לרדת במסלול  $d$ . מכאן שסך הכול ייקחו לסיגל 23 דקות  $(14 + 9 =)$  לטפס במסלול  $g$  ולרדת במסלול  $d$ .

**תשובה (1).**

**4. השאלה:** במסלול  $a$  קבעו את העוגנים במרחקים שווים זה מזה. העוגן הראשון נקבע במרחק 3 מטרים מתחילת המסלול, והעוגן האחרון בסופו.

מה המרחק (במטרים) בין כל שני עוגנים סמוכים לאורך המסלול?

**פתרון:** על פי נתוני התרשים, אורך מסלול  $a$  הוא 27 מטרים, ובו יש 5 עוגנים. ידוע כי העוגן הראשון הוצב במרחק 3 מטרים מתחילת המסלול, וכן כי העוגן האחרון הוצב בסוף המסלול. מכאן שהמרחק בין העוגן הראשון לבין העוגן האחרון הוא 24 מטרים  $(27 - 3 =)$ .

ידוע כי כל 5 העוגנים קובעו במרחקים שווים זה מזה. בין 5 עוגנים יש 4 מרווחים, ומכאן שארבעת המרווחים שבין העוגנים שווים. לפיכך, 24 המטרים שבין העוגן הראשון לעוגן האחרון מתחלקים שווה

בשווה בין 4 המרווחים. מכאן שהמרחק בין כל עוגן הוא 6 מטרים  $\left(\frac{24}{4} =\right)$ .

**תשובה (1).**

**שאלות ובעיות (שאלות 5-20)**

5. השאלה:  $\frac{16}{27} \cdot \frac{81}{24} = ?$

**פתרון:** בשאלה זו מופיע ביטוי שאותו עלינו לפשט. ניתן לראות כי התשובות מצומצמות, ולכן לפני שנכפול בין המונים והמכנים של השברים הנתונים, נצמצם אותם:

$$2 \Leftarrow \frac{2}{1} \cdot \frac{3^1}{3_1} \Leftarrow \frac{2^1 \cdot 4}{3_1} \cdot \frac{9^3}{6_3} \Leftarrow \frac{4 \cdot 16}{3 \cdot 27} \cdot \frac{81^9}{24_6}$$

**תשובה (2).**

6. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם שלושה ישרים החותכים זה את זה.

$$\alpha - \beta = ?$$

**פתרון: דרך א':** פישוט אלגברי

בסרטוט שלפנינו משולש. על פי נתוני הסרטוט, הזווית השווה ל- $30^\circ$  היא אחת מהזוויות הפנימיות במשולש.

הזווית  $\beta$  היא זווית קודקודית לאחת הזוויות הפנימיות במשולש. זוויות קודקודיות שוות זו לזו, ולכן אחת מהזוויות הפנימיות במשולש שווה גם היא ל- $\beta$ .

מצאנו שאחת מהזוויות הפנימיות במשולש שווה ל- $\beta$  ונתון כי זווית פנימית אחרת במשולש שווה ל- $30^\circ$ . הזווית  $\alpha$  היא זווית חיצונית למשולש. במשולש זווית חיצונית שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה. לפיכך, נוכל ליצור את המשוואה הבאה:  $\alpha = \beta + 30^\circ$ . נחסר משני צדי המשוואה, ונקבל:  $\alpha - \beta = 30^\circ$ .

**דרך ב':** הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שלא נשאלנו על ערך של הזוויות  $\alpha$  ו- $\beta$ , נוכל להציב במקומן מספרים. ייתכן כי יש קשר בין ערך של הזוויות  $\alpha$  ו- $\beta$ , ולכן נציב מספר רק במקום אחת מן הזוויות ונבדוק אם נוכל למצוא את הזווית השנייה באמצעות ההצבה. במידה ולא, נציב מספר גם עבור הזווית השנייה.

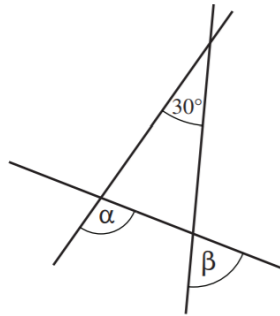
נציב למשל כי  $\beta = 70^\circ$ . הזווית  $\beta$  היא זווית קודקודית לאחת מהזוויות הפנימיות במשולש. זוויות קודקודיות שוות זו לזו, ומכאן שגם אחת מהזוויות הפנימיות במשולש שווה ל- $70^\circ$ .

על פי נתוני הסרטוט, זווית  $\alpha$  היא זווית חיצונית למשולש. במשולש, זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה. לפיכך:  $\alpha = 100^\circ$  ( $70^\circ + 30^\circ$ ).

הצבנו כי  $\beta = 70^\circ$  ומצאנו כי  $\alpha = 100^\circ$ . מכאן ש:  $\alpha - \beta = 100^\circ - 70^\circ$   $\Leftarrow \alpha - \beta = 30^\circ$ .

מכיוון שכל התשובות המוצעות הן תשובות מספריות, הרי שתשובה (3) היא התשובה הנכונה.

**תשובה (3).**



7.

**השאלה:** לסבא גדי יש בת אחת, בן אחד, 5 נכדות ו-2 נכדים. לבת של גדי יש מספר שווה של בנים ובנות.

מה **לכל הפחות** מספר הבנות של בנו של גדי?

**פתרון:** זוהי שאלת טווחים, בה עלינו למצוא כמה בנות **לכל הפחות** יש לבנו של גדי. נתון כי לגדי יש 5 נכדות, וכן כי יש לו בן אחד ובת אחת. כלומר, מספר הנכדות של גדי מתחלק בין בנו של גדי לבין בתו של גדי. על מנת שלבנו של גדי תהיינה כמה **שפחות** בנות, לבתו של גדי צריכות להיות כמה **שיותר** בנות. ידוע כי לבתו של גדי מספר שווה של בנים ובנות. מספר הנכדים של גדי קטן ממספר הנכדות שלו, ועל כן מספר הבנות המקסימלי שיכול להיות לבתו של גדי שווה למספר הבנים שיכולים להיות לה. מכיוון שלסבא גדי יש רק 2 נכדים, אז לבת של גדי יש לכל היותר 2 בנים, ולכל היותר 2 בנות. אם לבתו של גדי יש לכל היותר 2 בנות, הרי שלבנו של גדי יש לכל הפחות 3 בנות ( $5 - 2 = 3$ ).

**תשובה (3).**

8.

**השאלה:** לחנות ספרים הגיעו  $x$  לקוחות. 30% מהלקוחות קנו ספר, ורבע מאלו שקנו ספר שילמו בכרטיס אשראי.

איזה מהמספרים הבאים יכול להיות ערכו של  $x$ ?

**פתרון:** בדיקת תשובות

נשאלנו מה יכול להיות ערכו של  $x$  ולפנינו תשובות מספריות. לפיכך, נבדוק את התשובות המוצעות. מכיוון שנשאלנו לגבי ערכו של  $x$ , הרי שהתשובות מתייחסות לערכו של  $x$ . לכן, את התשובה שנבדוק נציב במקום  $x$ . לאחר מכן, בעזרת נתוני השאלה, נמצא כמה מהלקוחות קנו ספר, וכמה מהם שילמו בכרטיס אשראי. מכיוון שלא נתון יחס כלשהו בין הגורמים הנבדקים, או ערכו המספרי של אחד מהם, כל שעלינו לוודא הוא שהמספרים שנקבל הם מספרים שלמים. שהרי מספר הלקוחות שקנו ספר, וגם מספר הלקוחות ששילמו באשראי, חייב להיות מספר שלם.

נעבור על התשובות המוצעות:

**תשובה (1): 50.** אם לחנות הגיעו 50 לקוחות, ו-30% מהם קנו ספר, הרי ש-15 לקוחות קנו ספר

$$\left( \frac{30}{100} \cdot 50 = \frac{3}{1} \cdot 5 = 3 \cdot 5 = 15 \right)$$

נתון כי רבע מהלקוחות שקנו ספר שילמו בכרטיס אשראי. מצאנו כי 15 מהלקוחות קנו ספר, אך 15 אינו מתחלק ב-4. לפיכך, נקבל שמספר הלקוחות ששילמו באשראי אינו שלם. מכיוון שלא ייתכן שמספר הלקוחות ששילמו באשראי אינו שלם, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

**תשובה (2): 60.** אם לחנות הגיעו 60 לקוחות, ו-30% מהם קנו ספר, הרי ש-18 לקוחות קנו ספר

$$\left( \frac{30}{100} \cdot 60 = \frac{3}{1} \cdot 6 = 3 \cdot 6 = 18 \right)$$

נתון כי רבע מהלקוחות שקנו ספר שילמו בכרטיס אשראי. מצאנו כי 18 מהלקוחות קנו ספר, אך 18 אינו מתחלק ב-4. לפיכך, נקבל שמספר הלקוחות ששילמו באשראי אינו שלם. מכיוון שלא ייתכן שמספר הלקוחות ששילמו באשראי אינו שלם, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

**תשובה (3):** 70. אם לחנות הגיעו 70 לקוחות, ו-30% מהם קנו ספר, הרי ש-21 לקוחות קנו ספר

$$\left( \frac{30}{100} \cdot 70 = \frac{3}{1} \cdot 7 = 3 \cdot 7 = \right)$$

21 אינו מתחלק ב-4, ולכן נקבל שמספר הלקוחות ששילמו באשראי אינו שלם. מכיוון שלא ייתכן שמספר הלקוחות ששילמו באשראי אינו שלם, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

פסלנו שלוש תשובות ולכן התשובה הנכונה היא תשובה (4), ואין צורך לבדוק אותה. אולם נבדוק אותה לצורך השלמת ההסבר.

**תשובה (4):** 80. אם לחנות הגיעו 80 לקוחות, ו-30% מהם קנו ספר, הרי ש-24 לקוחות קנו ספר

$$\left( \frac{30}{100} \cdot 80 = \frac{3}{1} \cdot 8 = 3 \cdot 8 = \right)$$

מצאנו כי 24 מהלקוחות קנו ספר, ולכן 6 לקוחות שילמו באשראי  $\left( \frac{24}{4} = \right)$ . מצאנו שמספר הלקוחות ששילמו באשראי הוא שלם, ולכן זו התשובה הנכונה.

**תשובה (4).**

**9. השאלה:** באיזה תנאי מתקיים השוויון  $(x - y) + (y - x) = 0$  ?

**פתרון:** דרך א': בדיקת תשובות

עלינו למצוא מתי מתקיים השוויון הנתון. מכיוון שבתשובות מופיעים תנאים העשויים להביא לקיום השוויון, נוכל לבדוק את התשובות המוצעות. תשובה שתקיים את השוויון היא תשובה בה נקבל משוואה נכונה, או מה שנהוג קרוא לו 'פסוק אמת'. תשובה שלא תוביל למשוואה נכונה, תפסל.

נעבור על התשובות המוצעות:

**תשובה (1):** רק אם  $x = y$

נציב כי  $x = y$  במשוואה הנתונה, ונקבל:  $(x - y) + (y - x) = 0 \Leftrightarrow (x - x) + (x - x) = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$ . המשוואה שקיבלנו נכונה, ולכן התשובה מתאימה. אולם, מכיוון שעל פי תשובה (4) השוויון מתקיים תמיד, עלינו לבדוק לפחות עוד תשובה אחת. אם התשובה הבאה שנבדוק אינה תיצור משוואה הגיונית, הרי שהשוויון אינו מתקיים תמיד, ולכן תשובה (1) היא התשובה הנכונה. אם התשובה הבאה שנבדוק תיצור משוואה נכונה, הרי שלא ייתכנו שתי תשובות נכונות, ולפיכך תשובה (4) היא התשובה הנכונה. נבדוק את התשובה הבאה.

**תשובה (2):** רק אם  $x = -y$

נציב כי  $x = -y$  במשוואה הנתונה, ונקבל:  $(x - y) + (y - x) = 0 \Leftrightarrow (-y - y) + [y - (-y)] = 0 \Leftrightarrow -2y + 2y = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$ . המשוואה שקיבלנו נכונה, ולכן התשובה מתאימה. מכיוון שגם תשובה (1) מתאימה וגם תשובה (2) מתאימה, הרי שאף אחת מהן אינה תנאי בלעדי לקיום המשוואה. מכאן שהשוויון מתקיים תמיד, ולכן תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

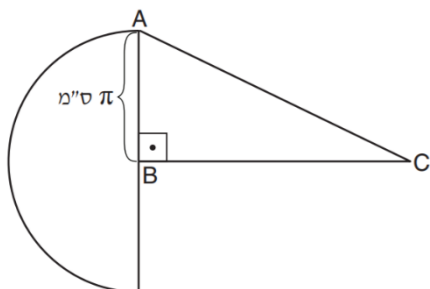
**דרך ב':** פשוט אלגברי

$$0 = 0 \Leftrightarrow x - x + y - y = 0 \Leftrightarrow x - y + y - x = 0 \Leftrightarrow (x - y) + (y - x) = 0$$

ונקבל:  $0 = 0$

מכיוון שהמשוואה שקיבלנו נכונה ללא תלות בערכו של  $x$  או ערכו של  $y$ , הרי שהמשוואה מתקיימת תמיד.

**תשובה (4).**



**10. השאלה:** בסרטוט שלפניכם חצי מעגל שמרכזו B ורדיוסו  $\pi$  ס"מ,

ומשולש ישר-זווית ABC.

שטח המשולש ABC שווה לשטח חצי מהמעגל.

מה אורך הקטע BC (בס"מ)?

**פתרון:** בשאלה זו עלינו למצוא אורך קו: את אורך הקטע BC.

אחת מהדרכים למצוא אורך קו היא בעזרת חילוף מנוסחה.

נתון כי שטח המשולש ABC שווה לשטח חצי המעגל. לפיכך,

נתונה לנו משוואה שממנה ניתן לחלץ את אורך הקטע BC.

נבנה את המשוואה:

עלינו למצוא את שטח המשולש ABC ואת שטח חצי המעגל, ולבסוף נשווה בין השניים.

משולש ABC הוא משולש ישר זווית. לפיכך, ניתן למצוא את שטחו באמצעות אורכי הניצבים. הקטע BC

הוא ניצב במשולש ABC. על פי נתוני הסרטוט אורך הניצב AB שווה ל- $\pi$  ס"מ. שטח משולש ישר זווית

$$\text{שווה למכפלת ניצביו חלקי 2, ועל כן שטח המשולש ABC שווה ל: } \frac{BC \cdot \pi}{2}$$

בעזרת הנוסחה לחישוב שטח מעגל ( $r^2 \cdot \pi$ ) נמצא את שטח מחצית המעגל. נתון כי רדיוס המעגל שווה ל- $\pi$

$$\text{ומכאן ששטח חצי המעגל שווה ל: } \frac{\pi^2 \cdot \pi}{2} \Leftrightarrow \frac{\pi^3}{2}$$

$$\text{ידוע כי שטח המשולש ABC שווה לשטח חצי המעגל, ומכאן ש: } \frac{\pi \cdot BC}{2} = \frac{\pi^3}{2}$$

$$\text{נכפול את שני צדי המשוואה ב-2, ונקבל: } \pi \cdot BC = \pi^3$$

$$\text{נחלק את שני צדי המשוואה ב-}\pi, \text{ ונקבל כי: } BC = \pi^2$$

**תשובה (2).**



**11. השאלה:** אלונה הכינה סלט פירות מפירות טריים ומפירות יבשים:

לכל 100 גרם פירות טריים היא הוסיפה 25 גרם פירות יבשים.

משקל הסלט סך הכול היה  $1\frac{1}{2}$  ק"ג.

מה משקל הפירות היבשים בסלט (בגרמים)?

**פתרון:** דרך א': בניית משוואה

זוהי שאלת יחסים. ידוע כי לכל 100 גרם פירות טריים הוסיפה אלונה 25 גרם פירות יבשים. לפיכך בסלט

הפירות משקל הפירות הטריים גדול פי 4 ממשקל הפירות היבשים  $\left(\frac{100}{25} = \right)$ .

ידוע כי משקל הסלט בסך הכול היה  $1\frac{1}{2}$  ק"ג. על כן, כדי למצוא את משקל הפירות היבשים בסלט עלינו

לחלק את המשקל הכולל בסלט ביחס של 4 : 1. כדי לעשות זאת נוכל להשתמש בבניית משוואה:

נתבקשנו למצוא את משקל הפירות היבשים בסלט. לכן, נסמן את משקל הפירות היבשים ב-x. משקל הפירות הטריים בסלט גדול פי 4 ממשקל הפירות היבשים, ולכן משקל הפירות הטריים הוא  $4x$ .

ידוע כי משקלו הכולל של הסלט היה  $1\frac{1}{2}$  ק"ג. אולם, התשובות נתונות בגרמים, ולכן ראשית נמצא את

משקל הסלט הכולל בגרמים. בכל ק"ג יש 1000 גרם, ולפיכך משקלו הכולל של הסלט היה 1,500 גרמים  $\left(= 1\frac{1}{2} \cdot 1,000\right)$ .

קבענו כי משקל הפירות היבשים בסלט הוא x, ומצאנו כי משקל הפירות הטריים הוא  $4x$ , וכי משקלו הכולל של הסלט הוא 1,500 גרמים. מכאן נוכל לבנות את המשוואה הבאה:  $x + 4x = 1,500 \Leftrightarrow 5x = 1,500$ . נחלק את שני צדי המשוואה ב-5, ונקבל כי משקל הפירות היבשים בסלט שווה ל:  $5x = 1,500 \Leftrightarrow x = 300$ .

**דרך ב':** בדיקת תשובות

נתבקשנו למצוא את משקלם של הפירות היבשים בסלט, כאשר התשובות המוצעות לנו הן תשובות מספריות. על כן, נוכל לבדוק את התשובות המוצעות. עבור כל תשובה שנבדוק נמצא את משקלם של

הפירות הטריים בסלט, על פי נתוני השאלה. לאחר מכן נבדוק האם משקלו הכולל של הסלט הוא אכן  $1\frac{1}{2}$

ק"ג. התשובה הנכונה היא זו שבה משקלו הכולל של הסלט ייצא  $1\frac{1}{2}$  ק"ג.

בבדיקת תשובות נעדיף להתחיל בבדיקת התשובה הנוחה ביותר לבדיקה. התשובה הנוחה ביותר לבדיקה היא התשובה העגולה והקטנה ביותר. במקרה זה, תשובה (3) היא התשובה הנוחה ביותר לבדיקה ולכן נבדוק אותה ראשונה:

**תשובה (3):** 300. ידוע כי על כל 100 גרם פירות טריים הוסיפה אלונה 25 גרם פירות יבשים. לפיכך בסלט

הפירות משקל הפירות הטריים גדול פי 4 ממשקל הפירות היבשים  $\left(\frac{100}{25} = \right)$ .

מכאן שאם משקל הפירות היבשים בסלט הוא 300 גרם, הרי שמשקל הפירות הטריים בסלט הוא 1,200

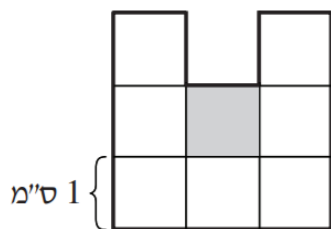
גרם  $(= 300 \cdot 4)$ . על כן, משקלו הכולל של הסלט הוא 1,500 גרם  $(= 300 + 1,200)$ . 1,500 גרם הם  $1\frac{1}{2}$

ק"ג ולכן זו התשובה הנכונה.

**תשובה (3).**

12.

**השאלה:** בסרטוט שלפניכם צורה המורכבת מריבועים חופפים שאורך צלעותיהם 1 ס"מ.



אם יסירו מן הצורה את הריבוע הכהה, **היקף** הצורה \_\_\_\_\_ ב- \_\_\_\_\_ ס"מ.

**פתרון:** על פי התשובות המוצעות ניתן להסיק כי עלינו למצוא בכמה ס"מ גדל או קטן היקף הצורה שבסרטוט. כדי למצוא בכמה קטן/גדל היקף הצורה נוכל לנקוט באחת משתי גישות: ספירה ידנית או הבנה אלגברית.

בעזרת ספירה ידנית:

הצורה שבסרטוט מורכבת מריבועים חופפים. לפיכך, היקף הצורה שבסרטוט מורכב ממספר מסוים של צלעות זהות. גם הצורה שתקבל לאחר הסרת הריבוע הכהה מורכבת מצלעותיהם של הריבועים. לפיכך, נוכל פשוט לספור כמה צלעות הרכיבו את הצורה המקורית, וכמה צלעות מרכיבות את הצורה החדשה. על פי הסרטוט, הצורה המקורית מורכבת מ-14 צלעות. לאחר הסרת הריבוע הכהה, נקבל צורה המורכבת מ-16 צלעות. מכאן שלאחר הסרת הריבוע הכהה היקף הצורה יגדל ב-2 צלעות ( $16 - 14 =$ ). נתון כי אורכה של כל צלע הוא 1 ס"מ, ולפיכך היקף הצורה יגדל ב-2 ס"מ.

בעזרת הבנה אלגברית:

השינוי בהיקף הצורה שווה להפרש בין מספר הצלעות שנסיר ממנה כאשר נוציא את הריבוע הכהה, לבין מספר הצלעות ש"ייחשפו" בעת הסרתו. הריבוע הכהה תורם רק צלע אחת להיקף הצורה המקורית - הצלע העליונה. לכן, עם הוצאתו של הריבוע הכהה "נפסיד" צלע אחת. לאחר הוצאתו של הריבוע הכהה, ייחשפו 3 צלעות חדשות - שלוש הצלעות הנותרות של הריבוע הכהה. לכן, עם הוצאתו של הריבוע הכהה "הרווחנו" 3 צלעות. אם הורדנו צלע 1 והוספנו 3 צלעות, הרי שבסופו של דבר הוספנו 2 צלעות להיקף הצורה ( $3 - 1 =$ ). על כן, היקף הצורה יגדל בעת הוצאת הריבוע הכהה. כעת ניתן לפסול את תשובות (1) ו-(2). כמו כן, ידוע כי אורכה של כל צלע הוא 1 ס"מ. מצאנו כי הוצאת הריבוע הכהה תגדיל את היקף הצורה ב-2 צלעות. לפיכך, היקף הצורה יגדל ב-2 ס"מ.

**תשובה (4).**

**13. השאלה:** לעופרה קנקן בצורת גליל. גובה הקנקן  $h$  ורדיוס בסיסו  $r$ , והוא מלא לימונדה. עפרה מוזגת לימונדה מהקנקן וממלאת 2 כוסות בצורת גליל. גובה כל אחת מהכוסות  $\frac{1}{2}h$  ורדיוס בסיסו

$$\frac{1}{2}r$$

לאחר המזיגה תגיע הלימונדה בקנקן ל- \_\_\_\_\_ מגובה הקנקן.

**פתרון:** הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שלא נשאלנו על גובה הקנקן, או על אורך רדיוס בסיסו, נוכל להציב מספרים במקומם. תמיד נעדיף להציב מספרים שיקלו עלינו בפתרון השאלה. מכיוון שעל פי נתוני השאלה גובה הכוסות הוא  $\frac{1}{2}h$  ורדיוס

בסיסו הוא  $\frac{1}{2}r$  נבחר להציב מספרים שיביאו לכך שגובה הכוסות ורדיוס בסיסה יהיו מספרים שלמים.

לפיכך נציב מספר שמתחלק ב-2. למשל, נציב:  $h = 2$  ו-  $r = 2$ .

בתחילה, הלימונדה מילאה את כל הקנקן. כלומר, גובה הלימונדה בקנקן היה שווה לגובה הגליל, כלומר ל-2 ס"מ (על פי המספרים שהצבנו). על מנת למצוא לאיזה גובה תגיע הלימונדה שנותרה בקנקן לאחר המזיגה עלינו למצוא כמה ממנה נמזג לכוסות. ידוע כי הלימונדה מילאה את הכוסות עד הסוף. על כן, כדי לחשב מה גובה הלימונדה שנשארה בקנקן יש למצוא את נפח הלימונדה המקורי, ואת נפח הלימונדה שנמזג לכוסות.

נמצא את נפח הקנקן:

נתון כי הקנקן בצורת גליל. נפח גליל שווה לשטח הבסיס שלו כפול גובהו. הצבנו כי  $h = 2$  ו-  $r = 2$ , ועל כן נפח הלימונדה שבקנקן שווה ל:  $r^2 \cdot \pi \cdot h = 2^2 \cdot \pi \cdot 2 = 8\pi$ .

נמצא את נפח כל אחת מן הכוסות:

נתון כי גם הכוסות בן בצורת גליל. נתון כי גובה כל אחת מהכוסות הוא  $\frac{1}{2}h$  ורדיוס בסיסו הוא  $\frac{1}{2}r$ .

הצבנו כי  $h = 2$  ו-  $r = 2$ , ועל כן גובה כל כוס הוא 1 ס"מ ( $\frac{1}{2} \cdot 2 = 1$ ), ורדיוס בסיס כל כוס הוא גם 1 ס"מ

$$\left(\frac{1}{2} \cdot 2\right) = 1 \quad \text{מכאן שנפחה של כל כוס שווה ל: } (1)^2 \cdot \pi \cdot 1 = \pi.$$

מצאנו כי נמזגה לימונדה בנפח של  $\pi$  לכל אחת משתי הכוסות. מכאן שבסך הכול נמזגה לימונדה בנפח של  $2\pi$ . מצאנו כי בקנקן הייתה לימונדה בנפח של  $8\pi$ , וכי נמזגה ממנו לימונדה בנפח של  $2\pi$ . מכאן שבקנקן

נותרה לימונדה בנפח של  $6\pi$  ( $8\pi - 2\pi$ ). מכאן שנפח הלימונדה כעת מהווה  $\frac{3}{4}$  מנפח הלימונדה שהיה

בה בתחילה ( $\frac{6\pi}{8\pi} = \frac{3}{4}$ ). לפני שנמזגה הלימונדה לכוסות, הלימונדה הגיע עד למלוא גובה הקנקן.

לפיכך, אם נפח הלימונדה כעת מהווה  $\frac{3}{4}$  מנפח הלימונדה שהיה בקנקן, הרי שכעת הוא מגיע ל-  $\frac{3}{4}$  מגובה הקנקן.

**שימו לב:** מכיוון שבסיס הקנקן לא השתנה, הרי שהשינוי בנפח הלימונדה ישפיע רק על הגובה אליו תגיע הלימונדה לאחר המזיגה.

**תשובה (4).**

**14. השאלה:** נתון:  $x = (a + b)^2 - 4ab$ ,  $a \neq b$

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

**פתרון:** דרך א': הצבת דוגמא מספרית.

לא נשאלנו על ערכם של  $a$  ו- $b$  ולכן נוכל להציב מספרים במקומם. עלינו להציב מספרים המקיימים את הנתונים, כלומר להציב מספרים כך ש- $a \neq b$ . נציב למשל כי:  $a = 1$  ו- $b = 0$ .

התשובות מתייחסות ל- $x$  ולכן כעת נמצא את ערכו של  $x$  בעזרת המספרים שהצבנו:  
נתון כי:  $x = (a + b)^2 - 4ab$ .

נציב כי  $a = 1$  ו- $b = 0$ , ונקבל:  $x = (1 + 0)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0 \Leftrightarrow x = 1^2 - 0 \Leftrightarrow x = 1$ .

כעת נעבור על התשובות המוצעות. נפסול כל תשובה אשר אינה מתאימה לכך ש- $x = 1$ .

תשובה (1):  $0 < x$ . מצאנו כי  $x = 1$ .  $1$  הוא אכן מספר חיובי, ולכן לא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה.

תשובה (2):  $x < 0$ . מצאנו כי  $x$  הוא מספר חיובי, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (3):  $x$  אי-זוגי. מצאנו כי  $x = 1$ .  $1$  הוא אכן מספר אי-זוגי ולכן לא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה.

תשובה (4):  $x$  זוגי. מצאנו כי  $x$  הוא מספר אי-זוגי, ולכן התשובה נפסלת.

לאחר ההצבה נותרנו עם שתי תשובות נכונות, ולכן עלינו להציב פעם נוספת. על פי התשובות שנותרו,  $x$  עשוי להיות מספר חיובי או אי-זוגי. לכן, כדי לנסות ולפסול תשובה נוספת, ננסה להציב מספרים שיפסלו את אחת מהתשובות שנותרו. למשל, ננסה להציב שני מספרים זוגיים ושליילים. נציב למשל כי  $a = -2$  ו- $b = -4$ .

נמצא את  $x$  בעזרת המספרים שהצבנו:

נתון כי:  $x = (a + b)^2 - 4ab$ . נציב כי  $a = -2$  ו- $b = -4$ , ונקבל:  $x = (-2 - 4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-4) \Leftrightarrow x = (-6)^2 - 32 \Leftrightarrow x = 36 - 32 \Leftrightarrow x = 4$ .

מצאנו כי  $x$  הוא מספר חיובי וזוגי ולכן ניתן לפסול את תשובה (3). פסלנו 3 תשובות ולכן התשובה הנכונה היא תשובה (1).

**דרך ב':** פישוט אלגברי

על פי התשובות המוצעות, עלינו לדעת האם  $x$  חיובי, שלילי, זוגי או אי-זוגי. לכן, ראשית נפשט את המשוואה הנתונה, ולאחר מכן נראה מה ניתן להסיק לגבי ערכו של  $x$ .

נתון כי:  $x = (a + b)^2 - 4ab$ .

נפתח את הסוגריים בעזרת נוסחת כפל מקוצר, ונקבל כי:  $x = a^2 + 2ab + b^2 - 4ab$ .  
נכנס איברים זהים, ונקבל:  $x = a^2 - 2ab + b^2$ .

קיבלנו באגף ימין את נוסחת הכפל המקוצר השנייה. ניצור סוגריים בצידה הימני של המשוואה בעזרת נוסחת הכפל המקוצרת השנייה, ונקבל:  $x = (a - b)^2 \Leftrightarrow x = a^2 - 2ab + b^2$ .

קיבלנו כי  $x$  שווה לביטוי בחזקה ריבועית. כל מספר בחזקה ריבועית הוא חיובי או שווה ל-0. מכיוון שנתון כי  $a \neq b$  הרי ש- $x$  לעולם לא יהיה שווה ל-0, ולפיכך ניתן לקבוע כי  $x$  תמיד חיובי.

**תשובה (1).**

**15. השאלה: n הוא המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר שמתחלק ב-4.**

מהי ספרת האחדות של n?

**פתרון:** התבקשנו למצוא את ספר האחדות של המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר שמתחלק ב-4. מכיוון שאין בידינו מחשבון, נצטרך למצוא את המספר בעזרת ספירה ידנית. נוכל למצוא את המספר בעזרת אחת משתי גישות:

**דרך א':** חיבור מספרים המתחלקים ב-4.

כדי למצוא את המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר שמתחלק ב-4 נחבר מספרים גדולים ומוכרים המתחלקים ב-4, שכן אם נחבר מספרים שמתחלקים ב-4 נקבל מספר שמתחלק ב-4. נמשיך כך עד אשר נגיע למספר התלת-ספרתי הגדול ביותר. המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר הוא 999. לכן, המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר שמתחלק ב-4 יהיה המספר הקרוב ביותר ל-999. נתחיל ממספר גדול שאנו יודעים בוודאות שמתחלק ב-4. למשל, 400 מתחלק ב-4, ומכאן שגם 800  $(= 400 + 400)$  מתחלק ב-4. כעת נוכל להוסיף למספר שקיבלנו 100, המתחלק גם כן ב-4. כך הגענו ל-900  $(= 800 + 100)$ . ננסה להמשיך להתקרב ל-999.

בכדי לא לעבור את 1000 כעת עלינו לחבר מספרים דו-ספרתיים אשר מתחלקים ב-4. נוסיף את המספר 80 למספר שקיבלנו, ונקבל 980  $(= 900 + 80)$ . כדי לא לעבור את 1000, עלינו להוסיף מספר שקטן מ-20. המספר הדו-ספרתי הגדול ביותר שקטן מ-20 ומתחלק ב-4 הוא 16. לכן, כשנוסיף אותו למספר שקיבלנו נגיע ל-996  $(= 980 + 16)$ . אם כעת נוסיף את המספר הקטן ביותר שמתחלק ב-4 לתוצאה שקיבלנו, כלומר אם נוסיף את המספר 4, כבר נגיע ל-1000, שהוא מספר ארבע-ספרתי. לכן, ניתן לקבוע כי 996 הוא המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר שמתחלק ב-4.

לכן, ספרת האחדות של המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר שמתחלק ב-4 היא 6.

**דרך ב':** חיסור של מספרים המתחלקים ב-4 מ-1000

המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר הוא 999. לכן, המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר שמתחלק ב-4 יהיה המספר הקרוב ביותר ל-999. 1000 הוא המספר הארבע-ספרתי הקטן ביותר שמתחלק ב-4. לכן, אם נחסר ממנו מספרים המתחלקים ב-4 נקבל מספר שמתחלק גם הוא ב-4. מכיוון ש-1000 הוא המספר הארבע-ספרתי הקטן ביותר, עלינו לחסר ממנו את המספר הקטן ביותר שמתחלק ב-4, וכך נגיע למספר התלת-ספרתי הגדול ביותר שמתחלק ב-4. המספר הקטן ביותר שמתחלק ב-4 הוא 4. מכאן שהמספר התלת-ספרתי הגדול ביותר שמתחלק ב-4 הוא 996  $(= 1000 - 4)$ . ספרת האחדות של מספר זה היא 6.

**תשובה (1).**

**16. השאלה:** בריצת שליחים שבה כל משתתף רץ 1 ק"מ השתתפו ארבעה ילדים. כל ילד (מהילד השני ואילך) התחיל לרוץ מייד לאחר שהילד הקודם לו סיים. הילד הראשון רץ במהירות של 4 קמ"ש, וכל אחד מהבאים אחריו רץ במהירות הגדולה ממהירות הילד שקדם לו ב-2 קמ"ש.

כמה דקות סך הכול נמשכה ריצתם של ארבעת הילדים?

**פתרון:** עלינו למצוא כמה זמן ערכה ריצתם של כל הילדים. לשם כך, עלינו לדעת את המרחק שרץ כל ילד ואת מהירות ריצתו. נתון כי כל הילדים רצו מרחק של 1 ק"מ, ולפיכך לחשב באמצעות מהירות הריצה של כל אחד מהילדים, את זמן ריצתו ולסכם את זמני ריצתם של כלל הילדים. נתון כי הילד הראשון רץ במהירות של 4 קמ"ש. ידוע כי כל אחד מהילדים הבאים רץ במהירות הגדולה ממהירות הילד שקדם לו ב-2 קמ"ש. לפיכך, הילד השני רץ במהירות של 6 קמ"ש ( $4 + 2 = 6$ ); הילד השלישי רץ במהירות של 8 קמ"ש ( $6 + 2 = 8$ ); והילד הרביעי רץ במהירות של 10 קמ"ש ( $8 + 2 = 10$ ).

כעת נמצא כמה דקות נמשכה ריצתו של כל אחד מהילדים:

כדי למצוא כמה זמן נמשכה ריצתו של כל ילד נשתמש בנוסחת המהירות, ולפיה: אורך הדרך = זמן · מהירות. ידוע לנו מהי מהירותם של כל אחד מהרצים, וגם אורך ריצתם. לפיכך, לפי משוואת המהירות, זמן ריצתו של כל ילד שווה ל: אורך הדרך = זמן · מהירות  $\Leftrightarrow$  אורך הדרך מהירות = זמן.

הילד הראשון:

ילד זה רץ 1 ק"מ במהירות 4 קמ"ש. מכאן שהילד הראשון רץ  $\frac{1}{4}$  שעה. עלינו למצוא כמה זמן ארכה ריצתם של הילדים **בדקות**. בשעה יש 60 דקות, ולפיכך ריצתו של הילד הראשון נמשכה 15 דקות  $\left(\frac{60}{4} = 15\right)$ .

הילד השני:

הילד השני רץ גם הוא 1 ק"מ, אך במהירות של 6 קמ"ש. מכאן שהילד השני רץ  $\frac{1}{6}$  שעה. על כן, הילד השני רץ במשך 10 דקות  $\left(\frac{60}{6} = 10\right)$ .

הילד השלישי:

הילד השלישי רץ גם הוא 1 ק"מ, אך במהירות של 8 קמ"ש. מכאן שהילד השני רץ  $\frac{1}{8}$  שעה. על כן, הילד השלישי רץ במשך 7.5 דקות  $\left(\frac{60}{8} = 7.5\right)$ .

הילד הרביעי:

הילד הרביעי רץ גם הוא 1 ק"מ, אך במהירות של 10 קמ"ש. מכאן שהילד השני רץ  $\frac{1}{10}$  שעה. לפיכך, הילד הרביעי רץ במשך 6 דקות  $\left(\frac{60}{10} = 6\right)$ .

מצאנו כי ריצתו של הילד הראשון נמשכה 15 דקות; ריצתו של הילד השני נמשכה 10 דקות; ריצתו של הילד השלישי נמשכה 7.5 דקות; וריצתו של הילד הרביעי נמשכה 6 דקות. מכאן שסך הכול ריצתם של כל הילדים נמשכה  $38\frac{1}{2}$  דקות  $\left(15 + 10 + 7\frac{1}{2} + 6 = 38\frac{1}{2}\right)$ .

**תשובה (2).**

17. השאלה:  $\frac{1}{11!} - \frac{6}{12!} = \frac{1}{11!} \cdot x$

$x = ?$

**פתרון:** עלינו למצוא את ערכו של  $x$ . כדי למצוא אותו יש לבדוד אותו מתוך המשוואה הנתונה. ראשית, מכיוון שבמשוואה מופיעים שברים, נכפול את שני צדי המשוואה במכנה המשותף, וכך "ניפטר" מהשברים.

במכנים של השברים במשוואה מופיע הסימן עצרת. כדי לדעת מהו המכנה המשותף בו צריך לכפול את המשוואה, נזכר במשמעות הסימן עצרת: עצרת היא מכפלת כל המספרים השלמים והחיוביים מ-1 ועד למספר עליו מתבצעת הפעולה. לכן:

$$11! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \quad \text{ו} \quad 12! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12$$

כעת ניתן לראות כי  $12!$  שווה ל- $11!$  כפול  $12$ . על כן, המכנה המשותף הוא  $12!$ .

נכפול את שני צדי המשוואה ב- $12!$ , ונקבל:  $\frac{1}{11!} - \frac{6}{12!} = \frac{1}{11!} \cdot x$

$$12! \cdot \frac{1}{11!} - 12! \cdot \frac{6}{12!} = \frac{1}{11!} \cdot x \cdot 12!$$

כעת, מכיוון ש- $12!$  שווה ל- $11!$  כפול  $12$ , נוכל לצמצם את המונים והמכנים של השברים. כך, הביטוי  $\frac{12!}{11!}$

שווה למעשה ל:  $\frac{11! \cdot 12}{11!}$ , ועל כן שווה ל- $12$ .

נצמצם את השברים, ונקבל:  $12! \cdot \frac{1}{11!} - 12! \cdot \frac{6}{12!} = \frac{1}{11!} \cdot x \cdot 12!$

$$12 - 6 = 12x$$

נחלק את שני צדי המשוואה ב- $12$ , ונקבל:  $x = \frac{1}{2}$

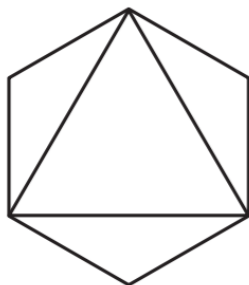
**תשובה (1).**



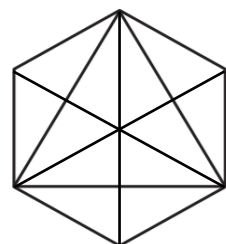
- 18. השאלה:** בסרטוט שלפניכם משולש ומשושה משוכללים המתלכדים בשלושה קודקודים. נתון: שטח המשולש המשוכלל הוא  $a$  סמ"ר.

מה שטח המשושה המשוכלל (בסמ"ר)?

**פתרון:** חלוקה למשולשים חופפים



כל משושה משוכלל ניתן לחלק ל-6 משולשים שווים צלעות, ולחשב את שטחו בעזרת הנוסחה לחישוב שטח משולש שווה צלעות. לפיכך, על מנת למצוא את שטח המשושה, עלינו למצוא את אורך צלעו של משולש אחד, ששווה גם לצלע המשושה. אולם, בשאלה זו איננו יודעים לכמה שווה אורך צלע המשושה. לכן, ניתן להניח שכדי למצוא אותה יש להשתמש בשטח המשולש המשוכלל הנתון. עם זאת, נראה כי זוהי דרך שתוביל לפישוט אלגברי מורכב.



לכן, ננסה למצוא את שטח המשושה על ידי חלוקתו למשולשים שווים צלעות. נעביר את 3 האלכסונים במשושה על מנת לקבל 6 משולשים שווים צלעות (ראו סרטוט). כעת תוכלו לראות שהתקבלו בסרטוט 12 משולשים שנראים חופפים. מכיוון ששתי הצורות שבסרטוט – המשולש והמשושה – הן צורות משוכללות, ניתן להסתמך על הסרטוט. מכאן שכל המשולשים הקטנים שהתקבלו הם משולשים חופפים.

על פי הסרטוט שקיבלנו, שטח המשולש שווה הצלעות שווה לסכום שטחיהם של 6 משולשים, ושטח המשושה שווה לסכום שטחיהם של 12 משולשים. לפיכך שטח המשושה

$$\text{גדול פי } 2 \text{ משטח המשולש } \left( \frac{12}{6} = 2 \right).$$

נתון כי שטח המשולש שווה ל- $a$  סמ"ר, ולפיכך שטח המשושה שווה ל- $2a$  סמ"ר ( $2 \cdot a =$ ).

**תשובה (1).**

- 19. השאלה:**  $2^{11} + 2^{11} = ?$

**פתרון:** זוהי שאלת חזקות, ובה יש מופיעה פעולת חיבור בין שני ביטויים בחזקה. חוקי החזקות חלים רק בפעולות כפל וחילוק, ולפיכך יש לפתור את השאלה באחת משתי דרכים: הוצאת גורם משותף או נוסחאות הכפל המקוצר. במקרה זה, הביטוי הנתון אינו מתאים לאף אחת מהתבניות של נוסחאות הכפל המקוצר, ולפיכך ניתן להניח כי יש לפתור את השאלה בעזרת הוצאת גורם משותף. כאשר מוציאים גורם משותף יש להוציא מחוץ לסוגריים את המספר הגדול ביותר אשר שני המספרים מתחלקים בו. במקרה זה, שני המספרים מתחלקים ב- $2^{11}$ , ולכן זה הגורם המשותף. נוציא  $2^{11}$  מחוץ לסוגריים, ונקבל:  $2^{11} \cdot (1+1) \Leftrightarrow 2^{11} \cdot 2 \Leftrightarrow 2^{11} \cdot 2^1 \Leftrightarrow 2^{11+1} \Leftrightarrow 2^{12}$ .

**תשובה (1).**

20.

**השאלה:** הסיכוי שעידית תקבל 100 במבחן הוא:

$$\frac{1}{7}$$

שעות הלמידה למבחן – 7

שעות הלמידה למבחן הן לכל היותר 6.

עידית הקצתה 6 שעות למידה **לשני** מבחנים.

הסיכוי של עידית לקבל 100 בשני המבחנים יהיה הגבוה ביותר אם היא תלמד -

**פתרון:** בדיקת תשובות

עלינו למצוא מתי הסיכוי של עידית לקבל 100 בשני המבחנים יהיה הגבוה ביותר. בתשובות מוצעות שעות הלימוד שהקצתה עידית ללימוד של כל מבחן. כמו כן, בנתוני השאלה מוצג ביטוי המאפשר לחשב את הסיכוי של עידית לקבל 100 כתלות במספר השעות שהיא השקיעה בלמידה למבחן. לכן, נוכל פשוט לבדוק את התשובות המוצעות ובעזרתן לחשב מה הסיכוי של עידית לקבל 100 בשני המבחנים. התשובה הנכונה תהיה זו שבה הסיכוי שיתקבל הוא הגבוה ביותר:

תשובה (1): 3 שעות לכל מבחן

על פי הנתונים, אם עידית תלמד 3 שעות לכל מבחן הסיכוי שלה לקבל 100 בכל אחד מהמבחנים שווה ל:

$$\frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{7-3}$$

מכאן שהסיכוי שלה לקבל 100 **גם** במבחן הראשון **וגם** במבחן השני הוא:  $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

תשובה (2): 2 שעות למבחן האחד ו-4 שעות למבחן האחר

אם עידית תלמד 2 שעות למבחן הראשון, הסיכוי שלה לקבל בו 100 שווה ל:  $\frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{7-2}$

אם עידית תלמד 4 שעות למבחן השני, הסיכוי שלה לקבל בו 100 שווה ל:  $\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{7-4}$

מכאן שהסיכוי שלה לקבל 100 **גם** במבחן הראשון **וגם** במבחן השני הוא:  $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$

התוצאה שהתקבלה גדולה מזו שהתקבלה בתשובה (1), ועל כן תשובה (1) נפסלת.

תשובה (3): שעה אחת למבחן האחד ו-5 שעות למבחן האחר

אם עידית תלמד שעה אחת למבחן הראשון, הסיכוי שלה לקבל בו 100 שווה ל:  $\frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{7-1}$

אם עידית תלמד 5 שעות למבחן השני, הסיכוי שלה לקבל בו 100 שווה ל:  $\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{7-5}$

מכאן שהסיכוי שלה לקבל 100 **בשני** המבחנים הוא:  $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

התוצאה שהתקבלה בתשובה זו גדולה מזו שהתקבלה בתשובה (2), ועל כן תשובה (2) נפסלת.



תשובה (4): 6 שעות למבחן האחד ושום שעה למבחן האחר

אם עידיית תלמד 6 שעות למבחן הראשון, הסיכוי שלה לקבל בו 100 שווה ל:  $\frac{1}{7-6} \Leftrightarrow \frac{1}{1} \Leftrightarrow 1$ .

אם עידיית לא תלמד כלל למבחן השני, כלומר תלמד 0 שעות למבחן השני, הסיכוי שלה לקבל בו 100 שווה ל:

$$\frac{1}{7} \Leftrightarrow \frac{1}{7-0}$$

מכאן שהסיכוי שלה לקבל 100 **בשני** המבחנים הוא:  $1 \cdot \frac{1}{7} \Leftrightarrow \frac{1}{7}$ .

התוצאה שקיבלנו בתשובה זו גדולה מהתוצאה שהתקבלה בתשובה (3), ולכן תשובה (3) נפסלת. פסלנו שלוש תשובות ולפיכך זו התשובה הנכונה.

**תשובה (4).**

