מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(1)	(2)	(4)	(1)	(2)	(1)	(4)	(1)	(4)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(2)	(4)	(4)	(3)	(4)	(3)	(2)	(4)	(1)

הסברים

הסקה מתרשים (שאלות 1-4)

שאלה 1

השאלה:
(לפי תרשים הקמפוס שבפרק) יש חוג השייך למדעי ה_____ שבו בדיוק $\frac{1}{2}$ מהסטודנטים לומדים בשנה _____.

פתרון:

שיטת הפעולה:
נעבוד מן התשובות אל התרשים. נזהה לפי הצורות בתרשים אילו חוגים שייכים למדעי החברה ואילו למדעי הרוח, ונבדוק לכל תשובה האם קיים חוג מן הקטגוריה הנכונה שבו בשנה המתאימה לומדים בדיוק חצי מסך הסטודנטים בחוג.

מדעי החברה (תשובות 1, 2) - חוגים בצורת ריבוע:
החוגים השייכים למדעי החברה הם כלכלה ותקשורת.
נבדוק האם באחד מהם מספר הסטודנטים בשנה ב או בשנה ג שווה לחצי מסך הסטודנטים בחוג.
לא נמצא חוג מתאים - תשובות (1) ו-(2) נפסלות.

מדעי הרוח (תשובות 3, 4) - חוגים בצורת עיגול:
החוגים השייכים למדעי הרוח הם ספרות ופילוסופיה.
בחוג לפילוסופיה: סך הסטודנטים 60, בשנה ג לומדים 30 סטודנטים - בדיוק חצי. **תואם!**
השנה היא ג, החוג שייך למדעי הרוח.

מסקנה:
תשובה (4) - ג; רוח.

תשובה (4).

שאלה 2

השאלה:
(לפי תרשים הקמפוס שבפרק) שביל המחבר ישירות בין שני בניינים ייקרא "לא-שימושי" אם אין סטודנטים הלומדים בשילוב שני החוגים שבין בנייניהם הוא מחבר. מה האורך הכולל של כל השבילים הלא-שימושיים?

פתרון:

שיטת הפעולה:
נחפש זוגות חוגים סמוכים בתרשים שביניהם יש שביל ישיר, אבל אין ביניהם תלמידים משותפים. נחבר את אורכי השבילים הללו.

איתור הזוגות הלא-שימושיים:
תקשורת - פיזיקה: השביל המחבר אורכו 600 מ'.
פיזיקה - כלכלה: השביל המחבר אורכו 300 מ'.
פיזיקה - ספרות: השביל המחבר אורכו 100 מ'.

חישוב האורך הכולל:
$600 + 300 + 100 = 1{,}000$ מ'.

מסקנה:
האורך הכולל הוא 1,000 מ' - תשובה (1).

תשובה (1).

שאלה 3

השאלה:

(לפי תרשים הקמפוס שבפרק) נופר יצאה מבניין החוג לפיזיקה והחלה ללכת בשבילי המכללה. היא עברה בכל אחד מהבניינים במכללה פעם אחת בדיוק. **לא** ייתכן שהבניין האחרון שהגיעה אליו הוא בניין החוג ל_____.

פתרון:

שיטת הפעולה:

נבדוק לאן נופר יכולה לצאת מפיזיקה, ולאן היא יכולה להגיע אחרי שתעבור בכל הבניינים האחרים פעם אחת בדיוק. נראה לאילו בניינים אפשר להגיע בסוף - ומה שיישאר הוא הבניין שאליו לא ייתכן להגיע.

מקרה 1 - יציאה ימינה לספרות:

אם נופר יוצאת ימינה אל ספרות ועושה משם סיבוב בכיוון מעלה, היא מסיימת בבניין הפילוסופיה.

תשובה (3) נפסלת.

מקרה 2 - יציאה שמאלה לכלכלה:

אם נופר יוצאת שמאלה לכלכלה ועושה סיבוב שלם, היא מסיימת בבניין תקשורת.

תשובה (4) נפסלת.

מקרה 3 - יציאה שמאלה דרך תקשורת:

אם נופר ביציאתה שמאלה מתחילה במסלול העובר דרך תקשורת וממשיכה נגד כיוון השעון, היא מסיימת בבניין הכלכלה.

תשובה (1) נפסלת.

מסקנה:

מצאנו 3 מקרים שמראים שאפשר לסיים בבניין הכלכלה, התקשורת והפילוסופיה. הבניין שאליו לא ייתכן להגיע בסוף הוא בניין הספרות - תשובה (2).

תשובה (2).

שאלה 4

השאלה:

(לפי תרשים הקמפוס שבפרק) ידוע כי בשנה ג אין שום סטודנטים בחוג לפילוסופיה המשלבים לימודים בחוג נוסף. לפיכך, מספר הסטודנטים בשנה א בחוג לפילוסופיה שמשלבים לימודים בחוג נוסף הוא לכל הפחות _____ ולכל היותר _____.

פתרון:

שיטת הפעולה:

נסכם את מספרי הסטודנטים בחוג לפילוסופיה לפי שנה, נחשב את סך המשלבים, ונבטא את מספר המשלבים בשנה א בעזרת מספר המשלבים בשנה ב כדי למצוא את הגבול העליון והתחתון.

נתונים מהתרשים:

בחוג לפילוסופיה לומדים 60 סטודנטים: 20 בשנה א, 10 בשנה ב, 30 בשנה ג.

מהשילובים: 10 תלמידים משלבים פילוסופיה וספרות, 10 משלבים פילוסופיה ופיזיקה, ו-5 משלבים פילוסופיה ותקשורת.

סך הכול 25 משלבים, וכולם משנים א ו-ב (לפי הנתון אין משלבים בשנה ג).

גבול עליון:

בשנה א יש 20 סטודנטים בחוג. גם אם כולם משלבים - לא ייתכן יותר מ-20.

אך מסך 25 המשלבים, אם 5 או פחות מהם משנה ב - יישארו 20 או יותר משנה א. עם 0 משלבים משנה ב, 20 יהיו משנה א.

אם בשנה ב יש 5 משלבים בלבד - בשנה א 20 משלבים. זה הגבול העליון: **20**.

גבול תחתון:

אם כל 10 סטודנטי שנה ב משלבים - יישארו $25 - 10 = 15$ משלבים בשנה א.

זהו המינימום של משלבים בשנה א: **15**.

מסקנה:

לכל הפחות 15, לכל היותר 20 - תשובה (4).

תשובה (4).

info@machon-noam.co.il 050-5277735 03-5377361

שאלות ובעיות (שאלות 5-20)

שאלה 5

השאלה:
$12\cdot\left(\frac{1}{6}-\frac{3}{4}\right)=?$

פתרון:

שיטת הפעולה:
נחבר את השברים בסוגריים על ידי מציאת מכנה משותף, ואז נכפיל ב-12.

מכנה משותף:
המכנה המשותף ל-6 ול-4 הוא 12.
$\frac{1}{6}=\frac{2}{12}$.
$\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$.

חיסור:
$\frac{2}{12}-\frac{9}{12}=-\frac{7}{12}$.

חישוב סופי:
$12\cdot\left(-\frac{7}{12}\right)=-7$.

מסקנה:
התוצאה -7 - תשובה (1).

תשובה (1).

שאלה 6

השאלה:
בסרטוט שלפניכם ABC הוא משולש שווה-שוקיים ($BC=CA$).
CD הוא המשך הצלע BC.
$\frac{\alpha}{\beta}=?$

פתרון:

שיטת הפעולה:
נשתמש בתכונת זוויות הבסיס במשולש שווה-שוקיים, ובמשפט הזווית החיצונית - הזווית החיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות הרחוקות ממנה.

זיהוי המבנה:
נתון $BC=CA$, לכן השוקיים הן BC ו-CA - כלומר C הוא קודקוד הראש, ו-AB הוא הבסיס.
זוויות הבסיס שוות: $\angle A=\angle B=\alpha$.

הזווית החיצונית:
β היא הזווית $\angle ACD$ - הזווית החיצונית למשולש בקודקוד C (כי CD הוא המשך BC).
לפי משפט הזווית החיצונית:
$\beta=\angle A+\angle B=\alpha+\alpha=2\alpha$.

חישוב היחס:
$\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha}{2\alpha}=\frac{1}{2}$.

מסקנה:
$\frac{\alpha}{\beta}=\frac{1}{2}$ - תשובה (2).

תשובה (2).

שאלה 7

השאלה:
בתחילת החודש היה מחירו של סוודר 100 שקלים.
באמצע החודש עלה מחירו ב-$k\%$.
בסוף החודש עלה המחיר בפעם השנייה ב-20%, והגיע ל-132 שקלים.
$k=?$

פתרון:

שיטת הפעולה:
מומלץ להתחיל בבדיקת תשובות, ולפתוח בתשובה עגולה ואמצעית - $k=10$. אם היא תצליח - סיימנו במהרה.

דרך א - בדיקת תשובה (1): $k=10$:
גידול של 10% מ-100 שקלים מביא ל-110 שקלים.
גידול של 20% מ-110 שקלים: 20% מ-110 הוא $22=2\cdot 11$ שקלים.
המחיר אחרי שני הגידולים: $132=110+22$ שקלים. **תואם!**

דרך ב - ריבוע יחסים:
בסוף החודש 132 שקלים מייצגים 120% מהמחיר באמצע החודש. נמצא כמה הם 100%.
$\frac{100\%}{x\%}=\frac{132}{120}$, ולכן $x=\frac{132\cdot 100}{120}$.
צמצום: $110=11\cdot 10=\frac{132\cdot 10}{12}=\frac{132\cdot 100}{120}$ שקלים.
המחיר באמצע החודש: 110 שקלים. המחיר עלה מ-100 ל-110 - גידול של 10%.
$k=10$.

מסקנה:
$k=10$ - תשובה (1).

תשובה (1).

שאלה 8

השאלה:
נתון: $2=\frac{(3x+4)(3x-4)}{(3x+4)^2}$.
$x=?$

פתרון:

שיטת הפעולה:
במקום לפתוח את כל הסוגריים ולקבל משוואה ריבועית, נצמצם את הגורם $(3x+4)$ במונה ובמכנה - תיוותר משוואה לינארית פשוטה.

צמצום:
$\frac{3x-4}{3x+4}=\frac{(3x+4)(3x-4)}{(3x+4)^2}$.
המשוואה מצטמצמת ל-$2=\frac{3x-4}{3x+4}$.

מכפלה צולבת:
$3x-4=2(3x+4)$.
$3x-4=6x+8$.

העברת אגפים:
$-4-8=6x-3x$.
$-12=3x$.
$x=-4$.

מסקנה:
$x=-4$ - תשובה (4).

תשובה (4).

שאלה 9

השאלה:
נתון ריבוע ששטחו 32 סמ"ר.
מה אורך האלכסון בריבוע זה (בס"מ)?

פתרון:

שיטת הפעולה:
נסמן ב-a את אורך צלע הריבוע. נחשב את a משטח הריבוע ($a^2 =$ שטח), ואז נחשב את האלכסון לפי הקשר אלכסון $= a\sqrt{2}$ (תוצאה ישירה ממשפט פיתגורס).

חישוב הצלע:
$a^2 = 32$.
$a = \sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$ ס"מ.

חישוב האלכסון:
אלכסון $= a \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 4 \cdot 2 = 8$ ס"מ.

מסקנה:
אורך האלכסון הוא 8 ס"מ - תשובה (1).

תשובה (1).

שאלה 10

השאלה:
נתון:
$a < b$.
$|b| < |a|$.
$(a, b \neq 0)$.
איזו מהטענות הבאות נובעת מהנתונים?

פתרון:

שיטת הפעולה:
ננסה למצוא מספרים קונקרטיים המקיימים את שני הנתונים, וכל דוגמה כזו תפסול תשובות שאינן עקביות איתה. המקרה היחיד שיישאר הוא התשובה הנכונה.

מקרה 1 - $a = -2$, $b = 1$:
נבדוק את הנתונים: $a < b$ $(-2 < 1)$ ✓.
$|a| = 2$, $|b| = 1$, אז $|b| < |a|$ ✓.
כאן a שלילי ו-b חיובי.
תשובה (1) טוענת ששניהם שליליים - **נפסלת**.

מקרה 2 - $a = -2$, $b = -1$:
נבדוק: $a < b$ $(-2 < -1)$ ✓.
$|a| = 2$, $|b| = 1$, אז $|b| < |a|$ ✓.
כאן שני המספרים שליליים, אך b שלילי - לא חיובי.
תשובה (3) טוענת ש-b חיובי בהכרח - **נפסלת**.

בדיקה לתשובה (2):
במקרה 1: $a = -2$ ובמקרה 2: $a = -2$. ניסינו a חיובי - לא הצלחנו לסדר את הנתונים (כפי שיוסבר), לכן a שלילי בהכרח.
תשובה (2) טוענת ש-a יכול להיות חיובי - **נפסלת**.

מסקנה:
תשובה (4) מתאימה: a שלילי בהכרח (a שלילי בשתי הדוגמאות שמצאנו), ו-b יכול להיות שלילי או חיובי (במקרה 1 חיובי, במקרה 2 שלילי) - **תשובה (4)**.

תשובה (4).

שאלה 11

השאלה:

רוחבו של חדר מלבני הוא 5 מטרים, ואורכו הוא 9 מטרים. החדר רוצים לרצף במרצפות ריבועיות שאורך צלען 1 מטר. צבען של המרצפות הצמודות לקירות אפור, ושאר המרצפות לבנות.

בכמה מרצפות לבנות השתמשו בריצוף החדר?

פתרון:

שיטת הפעולה:

המרצפות הלבנות הן הפנימיות בלבד - מקבלים אותן על ידי הסרת "מסגרת" של מרצפות הגובלות בקירות. נצמצם כל מידה בשני יחידות (מרצפה אחת מכל קצה) ונכפול.

סך המרצפות:

$5 \times 9 = 45$ מרצפות בסך הכול.

הסרת המסגרת:

ברוחב: $5 - 2 = 3$ מטרים.

באורך: $9 - 2 = 7$ מטרים.

חישוב הלבנות:

$3 \times 7 = 21$ מרצפות לבנות.

טיפ חשוב:

אם הצורה היא $\ell \times w$ ומקיפים ב"מסגרת" של רוחב 1, החלק הפנימי הוא $(\ell - 2) \times (w - 2)$ (כל מידה מתקצרת בשני יחידות).

מסקנה:

21 מרצפות לבנות - תשובה (3).

תשובה (3).

שאלה 12

השאלה:

האותיות A ו-B מייצגות ספרות בין 1 ל-9, כך ש-$\overline{AB}$, למשל, הוא מספר דו-ספרתי שספרת העשרות שלו היא A.

נתון: $\overline{1A} \times \overline{1A} = \overline{1BB}$.

$A + B = ?$

פתרון:

שיטת הפעולה:

ננסה ערכים קטנים של A, נחשב את הריבוע של $\overline{1A}$, ונבדוק האם התוצאה מתאימה למבנה $\overline{1BB}$ - מספר תלת-ספרתי המתחיל ב-1 ושתי הספרות האחרונות שלו זהות.

בדיקת $A = 1$:

$11 \times 11 = 121$.

מבנה: $1, 2, 1$ - ספרות העשרות והיחידות (2 ו-1) **אינן זהות**.

לא מתאים.

בדיקת $A = 2$:

$12 \times 12 = 144$.

מבנה: $1, 4, 4$ - ספרות העשרות והיחידות זהות (שתיהן 4).

מתאים למבנה $\overline{1BB}$ עם $B = 4$. **תואם!**

חישוב הסכום:

$A + B = 2 + 4 = 6$.

מסקנה:

$A + B = 6$ - תשובה (2).

תשובה (2).

שאלה 13

השאלה:
AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
a ו-b הם ישרים המשיקים למעגל בנקודות A ו-B בהתאמה.
CD הוא משיק למעגל בנקודה E.
(ראו סרטוט) $\delta = ?$

פתרון:

שיטת הפעולה:
נחלק את הסרטוט לשני מרובעים - $OBCE$ ו-$AOED$ - שכל אחד מהם מכיל שני רדיוסים המאונכים למשיקים. סכום הזוויות בכל מרובע 360 מעלות יאפשר לחלץ את הזוויות החסרות.

מרובע $OBCE$:
הזווית בקודקוד C היא הזווית שמשלימה את 70° ל-180°:
$\angle BCE = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$.
שתי הזוויות הנוספות במרובע ($\angle OBC$ ו-$\angle OEC$) הן זוויות ישרות, כי הרדיוסים OB ו-OE מאונכים למשיקים.
סכום זוויות במרובע: 360° $110^\circ + 90^\circ + 90^\circ + \angle BOE = 360^\circ$.
$\angle BOE = 360^\circ - 290^\circ = 70^\circ$.

מרובע $AOED$:
$\angle AOE$ משלימה את $\angle BOE$ עד 180° (כי A, O, B על קוטר):
$\angle AOE = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$.
שתי הזוויות הנוספות ($\angle OAD$ ו-$\angle OED$) שוות ל-90° (רדיוסים מאונכים למשיק).
סכום זוויות במרובע: 360° $110^\circ + 90^\circ + 90^\circ + \angle ADE = 360^\circ$.
$\angle ADE = 360^\circ - 290^\circ = 70^\circ$.

שימוש בתכונת הדלתון:
המרובע $AOED$ הוא דלתון: $OA = OE$ (רדיוסים) ו-$DA = DE$ (משיקים מנקודה D).
באלכסון העיקרי של דלתון - DO - הזוויות נחצות.
$\delta = \frac{\angle ADE}{2} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$.

מסקנה:
$\delta = 35^\circ$ - תשובה (4).

תשובה (4).

שאלה 14

השאלה:
איזה מהביטויים הבאים הוא מספר שלם?

פתרון:

שיטת הפעולה:
שבר $\frac{N}{p}$ שבו p ראשוני הוא **שלם אם ורק אם** אחד הגורמים הראשוניים של N הוא p. נבדוק כל תשובה לפי כלל זה.

בדיקת תשובה (1):
המכנה הוא 5 (ראשוני).
הגורמים הראשוניים במונה $2^5 \cdot 3^5$ הם רק 2 ו-3 - **לא מכיל 5**.
המונה אינו מתחלק ב-5. **אינו שלם.**

בדיקת תשובה (2):
המכנה הוא 3.
הגורמים הראשוניים במונה $2^6 \cdot 5^3$ הם רק 2 ו-5 - **לא מכיל 3**.
המונה אינו מתחלק ב-3. **אינו שלם.**

בדיקת תשובה (3):
המכנה הוא 2.
הגורמים הראשוניים במונה $3^2 \cdot 5^4$ הם רק 3 ו-5 - **לא מכיל 2**.
המונה אינו מתחלק ב-2. **אינו שלם.**

מסקנה:
אף ביטוי אינו שלם - תשובה (4).

תשובה (4).

שאלה 15

השאלה:
ציון תלמידי כיתה ממוצע בתנ"ך היה 80. לאחר שדניאל הצטרף לכיתה עלה הממוצע ב-0.5. ידוע כי ציונו של דניאל בתנ"ך הוא 96.
מה מספר התלמידים בכיתה **אחרי** צירופו של דניאל?

פתרון:

שיטת הפעולה - דרך א (אינטואיטיבית):
ציון דניאל גבוה ב-16 נקודות מהממוצע הכיתתי (96 לעומת 80). הסטייה החיובית שלו "מתחלקת" בין כל תלמידי הכיתה החדשה - וכל אחד "מקבל" תוספת של 0.5 נקודה (זאת תוספת הממוצע).
אם 16 נקודות מתחלקות בין N תלמידים (אחרי הצירוף) ונותנות לכל אחד 0.5 נקודה:
$0.5 = \frac{16}{N}$, ולכן $N = \frac{16}{0.5} = 32$.

מסקנה (דרך א):
32 תלמידים אחרי הצטרפות דניאל - תשובה (3).

שיטת הפעולה - דרך ב (משוואות):
נסמן ב-n את מספר התלמידים **לפני** צירוף דניאל. נכתוב משוואה לסכומי הציונים.
סכום הציונים לפני: $80n$.
סכום הציונים אחרי: $80n + 96$.
ממוצע אחרי: $\frac{80n+96}{n+1} = 80.5$.
$80n + 96 = 80.5n + 80.5$.
$15.5 = 0.5n$, ומכאן $n = 31$.
מספר התלמידים אחרי דניאל: $n + 1 = 32$.

תשובה (3).

שאלה 16

השאלה:

מציירים במלבן שני ישרים: האחד מחבר בין שתי הצלעות הארוכות של המלבן, והאחר מחבר בין שתי הצלעות הקצרות של המלבן. הישרים אינם עוברים דרך קודקודי המלבן. גוזרים את המלבן לאורך שני הישרים ומקבלים ארבעה מרובעים.
לפחות אחד מהמרובעים האלה **חייב** להיות:

פתרון:

שיטת הפעולה:

נחפש דוגמה נגדית - חיתוך שבו אף אחד מארבעת המרובעים אינו טרפז, אינו דלתון ואינו מלבן. אם דוגמה כזו קיימת, אז שום צורה מן הצורות הללו אינה חייבת להופיע.

בחירת חיתוך נטוי:

ניקח שני ישרים נטויים (לא מאונכים לצלעות):

ישר 1 מחבר את שתי הצלעות הארוכות באלכסון.

ישר 2 מחבר את שתי הצלעות הקצרות באלכסון.

שני הישרים אינם עוברים דרך קודקודי המלבן.

בדיקת המרובעים שיווצרו:

כל מרובע שייווצר הוא בעל 4 קודקודים, אך:

אין לו זוג צלעות מקבילות (הישרים נטויים) - לכן **אינו טרפז**.

אין לו שני זוגות צלעות סמוכות שוות - לכן **אינו דלתון**.

אין לו 4 זוויות ישרות (הישרים נטויים) - לכן **אינו מלבן**.

מסקנה:

המרובעים אינם חייבים להיות אף אחת מהצורות הנ"ל - תשובה (4).

הערה: מומלץ לצייר דוגמה בנייר עם שני ישרים אלכסוניים כדי לוודא את ההסבר באופן ויזואלי.

תשובה (4).

שאלה 17

השאלה:

רחל והודיה משחקות בתופסת. הודיה מתחילה לרוץ ראשונה. רחל מחכה 20 שניות ואז רודפת אחרי הודיה באותה הדרך. כל אחת מהן רצה במהירות קבועה משלה ובסוף משיגה רחל את הודיה.
פי כמה מהירותה של רחל צריכה להיות גדולה ממהירותה של הודיה כדי שתשיג אותה כעבור 30 שניות **מתחילת המשחק**?

פתרון:

שיטת הפעולה - דרך א (הצבת דוגמה מספרית):

נציב מהירות נוחה להודיה ונחשב את המרחקים, ומשם נחלץ את היחס.

נניח שמהירות הודיה היא 1 מטר לשנייה.

לאחר 30 שניות הודיה עברה 30 מטר.

רחל יצאה 20 שניות אחרי - ולכן רצה רק $30-20=10$ שניות.

בעשר השניות שבהן רצה - רחל צריכה לעבור גם היא 30 מטר (כדי להגיע לאותה נקודה כמו הודיה).

מהירות רחל: $\frac{30}{10}=3$ מטר לשנייה.

פי 3 ממהירות הודיה (שהיא 1 מטר לשנייה).

שיטת הפעולה - דרך ב (משוואה כללית):

נסמן ב-v_R את מהירות רחל וב-v_H את מהירות הודיה.

המרחק שעברה הודיה: $30 \cdot v_H$.

המרחק שעברה רחל: $10 \cdot v_R$.

בנקודת התפיסה המרחקים שווים: $10v_R = 30v_H$.

$\frac{v_R}{v_H}=3$.

מסקנה:

מהירות רחל גדולה פי 3 ממהירות הודיה - תשובה (3).

תשובה (3).

שאלה 18

השאלה:
נתון: n הוא מספר שלם הגדול מ-2.
איזה מהערכים הבאים יכול להיות ערכו של הביטוי $\frac{(n+1)!}{(n-2)!\cdot n}$?

פתרון:

שיטת הפעולה:
נצמצם את הביטוי על ידי הרחבת ה-עצרת במונה ($(n+1)! = (n+1)\cdot n\cdot (n-1)\cdot (n-2)!$), נצמצם מול המכנה, ונחפש n שלם > 2 שעבורו הביטוי שווה לאחת התשובות. השאלה היא "איזה יכול להיות" - **די במציאת ערך אחד מתאים**.

הרחבת המונה:
$(n+1)! = (n+1)\cdot n\cdot (n-1)\cdot (n-2)!$.

צמצום:
$\frac{(n+1)\cdot n\cdot (n-1)\cdot (n-2)!}{(n-2)!\cdot n} = (n+1)(n-1) = n^2-1$.

בדיקה לפי ערכים:
$n=3$: $9-1=8$. לא בתשובות.
$n=4$: $16-1=15$. לא בתשובות.
$n=5$: $25-1=24$. לא בתשובות.
$n=6$: $36-1=\mathbf{35}$. **תואם תשובה (2)!**

מסקנה:
מצאנו ערך מתאים - $n=6$ נותן 35. תשובה (2).

תשובה (2).

שאלה 19

השאלה:
לפניכם מצולע משוכלל בעל 9 צלעות וארבעה מאלכסוניו (ראו סרטוט).
$\alpha = ?$

פתרון:

שיטת הפעולה:
במצולע משוכלל החסום במעגל, כל אלכסון הוא מיתר במעגל החוסם. נשתמש במשפט הזווית ההיקפית - זווית היקפית שווה לחצי הזווית המרכזית הצפופה לאותה הקשת.

חישוב הזווית המרכזית:
מצולע משוכלל בעל 9 צלעות מחלק את המעגל החוסם ל-9 קשתות שוות.
זווית מרכזית לכל קשת: $\frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$.

הזווית ההיקפית המינימלית:
זווית היקפית שצופה לקשת אחת בלבד היא חצי מהזווית המרכזית לקשת זו:
$\frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$.

זיהוי α:
לפי הסרטוט, α היא הזווית בקודקוד המצולע בין שני אלכסונים המובילים לקודקודים סמוכים - היא צופה לקשת מינימלית של קודקוד אחד מעבר.
לכן $\alpha = 20^\circ$.

מסקנה:
$\alpha = 20^\circ$ - תשובה (4).

תשובה (4).

שאלה 20

השאלה:
בעיירה היו בתחילה 3 סוגי בתים. בעקבות התרחבות העיירה התירה המועצה לבעלי בתים בעלי קומה אחת להוסיף קומה שנייה או לחילופין קומת מרתף. בנוסף, בעת מאוחרת יותר, התירה המועצה להוסיף חניה לכל בית.
מה מספר סוגי הבתים האפשריים בעיירה כיום?

פתרון:

שיטת הפעולה:
נספור באמצעות עקרון הכפל. נחלק את אופציות הבחירה לשלושה שלבים בלתי-תלויים: סוג הבית המקורי, התוספת על הקומה, וקיום חניה.

שלב א - סוגי הבתים המקוריים:
בעיירה היו מתחילה 3 סוגי בתים שונים. **3 אפשרויות**.

שלב ב - התוספת לקומה:
לכל בית אפשר: להישאר כפי שהוא, או להוסיף קומה שנייה, או להוסיף קומת מרתף. **3 אפשרויות**.

שלב ג - חניה:
לכל בית אפשר: עם חניה, או בלי חניה. **2 אפשרויות**.

טיפ חשוב - עקרון הכפל:
כאשר הבחירה בכל שלב **בלתי תלויה** בבחירה בשלבים האחרים - מכפילים את מספרי האפשרויות.

חישוב סופי:
מספר סוגי הבתים $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ =.

מסקנה:
18 סוגי בתים אפשריים - תשובה (1).

תשובה (1).