

מפתח תשובות נכונות

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
(3)	(3)	(2)	(2)	(3)	(2)	(4)	(1)	(3)	(4)	תשובה

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	שאלה
(4)	(3)	(4)	-	(4)	(1)	(4)	(1)	(4)	(3)	תשובה

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-8)

שאלה 1 - גיאומטריה אנליטית - משולשים חופפים, מציאת קואורדינטות

השאלה: במערכת הצירים שני משולשים חופפים. הצלעות AB ו- CD מקבילות לציר ה- x . מה ערכי הנקודה A ?

פיתרון:

שלב א': זיהוי הנתונים מהשרטוט

- מהשרטוט ניתן לזהות:
- נקודה C נמצאת ב- $(1, 3)$
- נקודה D נמצאת ב- $(3, 3)$
- לכן הצלע CD על הישר $y = 3$, ואורכה: $3 - 1 = 2$
- נקודה B נמצאת ב- $x = -8$
- הקודקוד השלישי של המשולש העליון נמצא בגובה $y = 7$
- הקודקוד השלישי של המשולש התחתון נמצא בגובה $y = -5$

שלב ב': מציאת ערך y של נקודה A

במשולש העליון, הגובה מהצלע CD לקודקוד השלישי הוא:

$$7 - 3 = 4$$

מכיוון שהמשולשים חופפים, הגובה במשולש התחתון גם 4. הקודקוד התחתון נמצא ב- $y = -5$, ולכן הצלע AB נמצאת בגובה:

$$-5 + 4 = -1$$

כלומר ערך y של נקודה A הוא -1 .

שלב ג': מציאת ערך x של נקודה A

מכיוון שהמשולשים חופפים, אורך AB שווה לאורך CD , כלומר 2.

נקודה B נמצאת ב- $x = -8$, ומהשרטוט נראה ש- A מימין ל- B . לכן ערך x של נקודה A הוא:

$$-8 + 2 = -6$$

מכאן שנקודה A נמצאת ב- $(-6, -1)$.

תשובה (4).



שאלה 2 - חוקי חזקות

השאלה:

איזה מהביטויים הבאים שווה ל- 27^3 ?

פתרון:

כדי להשוות בין הביטויים, נמיר את 27^3 לחזקה של 3.

נשים לב ש-27 הוא חזקה של 3:

$$27 = 3^3$$

נציב ונקבל:

$$27^3 = (3^3)^3$$

לפי חוק החזקות, כאשר מעלים חזקה בחזקה - כופלים את המעריכים:

$$(3^3)^3 = 3^{3 \times 3} = 3^9$$

תשובה (3).

שאלה 3 - אי-שוויון

נתון: $b < 5$ וגם $a < 2b$.

איזה מהאי-שוויונות הבאים נכון בהכרח?

פתרון:

מהנתון $b < 5$, נכפיל ב-2 ונקבל:

$$2b < 10$$

נשרשר עם הנתון $a < 2b$ ונקבל:

$$a < 2b < 10$$

מכאן נובע ש- $a < 10$ ✓

תשובה (1).

שאלה 4 - משולשים דומים

השאלה: פי כמה גדול שטח המשולש הבהיר משטח המשולש הכהה?

פתרון:

מהסרטוט רואים שני משולשים ישרי-זווית עם זווית חדה משותפת (בקודקוד המשותף), ולכן המשולשים דומים.

יחס הצלעות הדומות הוא: $5a : a = 5$

במשולשים דומים, יחס השטחים שווה לריבוע יחס הצלעות:

$$5^2 = 25$$

שטח המשולש הבהיר גדול פי 25 משטח המשולש הכהה.

תשובה (4).



שאלה 5 - קומבינטוריקה

השאלה: כמה מספרים שונים בעלי חמש ספרות אפשר ליצור מהספרות 2, 5, 7, 5, 7, כך שהספרה הראשונה והאחרונה יהיו זהות?

פתרון:

התנאי דורש שהספרה הראשונה והאחרונה יהיו זהות. נבדוק אילו ספרות יכולות להופיע בשני הקצוות:

מקרה 1: הספרה הראשונה והאחרונה הן 7

השתמשנו בשני ה-7. נשארו לאמצע: 5, 5, 2 (שתי ספרות זהות ואחת שונה).
ה-2 יכול להיות במקום הראשון, השני או השלישי - סה"כ 3 סידורים.

מקרה 2: הספרה הראשונה והאחרונה הן 5

השתמשנו בשני ה-5. נשארו לאמצע: 7, 7, 2 (שתי ספרות זהות ואחת שונה).
ה-2 יכול להיות במקום הראשון, השני או השלישי - סה"כ 3 סידורים.

מקרה 3: הספרה הראשונה והאחרונה הן 2

לא אפשרי - יש רק 2 אחד.

סה"כ: $3 + 3 = 6$ מספרים שונים.

תשובה (2).

שאלה 6 - חלוקות

השאלה: לשמואל היה אוסף בולים. הוא שקל לחלק אותם שווה בשווה בין 2 בניו, בין 5 נכדיו, או בין כולם יחד ($2 + 5 = 7$). כל חלוקה אפשרית ללא שארית. מה מספר הבולים הקטן ביותר?

פתרון:

מספר הבולים צריך להתחלק ללא שארית ב-2, ב-5 וגם ב-7.

מכיוון ש-2, 5 ו-7 הם מספרים ראשוניים שונים, המספר הקטן ביותר שמתחלק בכלם הוא המכפלה שלהם.

$$2 \times 5 \times 7 = 70$$

תשובה (3).

שאלה 7 - ממוצעים - נוסחת הסכום

השאלה: בגן החיות יש 3 גורילות עם משקל ממוצע 135 ק"ג. מה צריך להיות משקלה של גורילה רביעית כדי שהממוצע של ארבעתן יהיה 120 ק"ג?

פתרון:

משקל כולל של 3 גורילות:

$$3 \times 135 = 405$$

משקל כולל נדרש ל-4 גורילות עם ממוצע 120:

$$4 \times 120 = 480$$

משקל הגורילה הרביעית:

$$480 - 405 = 75$$

תשובה (2).



שאלה 8 - קבוצות חופפות

השאלה: בשמורת טבע יש 25 מיני פרחים. $\frac{4}{5}$ מוגנים, $\frac{3}{5}$ סגולים. ייתכן שבשמורת הטבע יש ___ מיני פרחים מוגנים שצבעם סגול.

פתרון:

$$\frac{4}{5} \times 25 = 20 \text{ מינים מוגנים}$$

$$\frac{3}{5} \times 25 = 15 \text{ מינים סגולים}$$

כמה מינים יכולים להיות גם מוגנים וגם סגולים?

$$\text{מינימום חפיפה: } 20 + 15 - 25 = 10$$

מקסימום חפיפה: 15 (לא יכול להיות יותר סגולים-מוגנים ממספר הסגולים)

לכן הטווח האפשרי: 10 עד 15

בדיקת התשובות:

(1) 8 - קטן מ-10, לא אפשרי (2) 13 - בטווח! ✓ (3) 17 - גדול מ-15, לא אפשרי (4) 20 - גדול מ-15, לא אפשרי

תשובה (2).

הסקה מתרשים (שאלות 9-12)

שאלה 9 - קריאת גרפים

השאלה: באילו שבועות היו לכת-חן 3 שירים במצעד בו זמנית?

פתרון:

בת-חן מיוצגת בגרף על ידי קו מקווקו (- - -).
צריך לספור באילו שבועות יש בדיוק 3 נקודות על הקו המקווקו.

בודקים את הגרף לפי טווחי שבועות:

לפני שבוע 10: לכת-חן רק שיר אחד במצעד

שבועות 10-14: יש 3 שירים של בת-חן (קו מקווקו) במקביל ✓

אחרי שבוע 14: לכת-חן רק שני שירים במצעד

תשובה (3).

שאלה 10 - קריאת גרפים

השאלה: "זמרת חזקה" היא זמרת שכל אחד מהשירים שלה דורג באחד משלושת המקומות הראשונים בשבוע שבו נכנס למצעד. מי מארבע הזמרות היא זמרת חזקה?

פתרון:

צריך לבדוק את העיגולים בגרף (נקודות כניסה למצעד). אם זמרת "אינה חזקה", די למצוא שיר אחד שלה שנכנס למקום נמוך מהמקום השלישי.

לכן נחפש עיגולים שנמצאים מתחת למספר 3 בציר האנכי של התרשים.

מחפשים עיגולים (נקודות כניסה למצעד) שנמצאים מתחת לשורה 3 בגרף - אלו שירים שנכנסו במקום נמוך מ-3.

אורלי (קו רציף + עיגול מלא): יש שיר שנכנס במקום 17 X

בת-חן (קו מקווקו): יש שיר שנכנס במקום 14 X

גלית (קו רציף אפור): כל השירים שלה נכנסו במקומות 1-3 ✓

דורין (קו עם נקודות): יש שיר שנכנס במקום 4 X

תשובה (3).



שאלה 11 - קריאת גרפים

השאלה: כמה משירי הרוק המופיעים בתרשים עלו בדירוג במצעד בשלב כלשהו, ובשלב מאוחר יותר ירדו בדירוג?

פתרון:

שירי רוק מסומנים בעיגול מקווקו בשבוע הראשון שבו נכנסו למצעד.

עלייה בדירוג = הקו עולה בציר האנכי (מספר קטן יותר = דירוג גבוה יותר).

ירידה בדירוג = הקו יורד בציר האנכי (מספר גדול יותר = דירוג נמוך יותר).

מחפשים שירים עם עיגול מקווקו, שהקו שלהם עולה ואחר כך יורד:

שיר 1: נכנס בשבוע 1 במקום 1, עלה ואז ירד בין שבוע 10 לשבוע 12 ✓

שיר 2: נכנס בשבוע 5, עלה ואז ירד בין שבוע 5 לשבוע 14 ✓

שיר 3: עלה ואז ירד בין שבוע 18 לשבוע 20 ✓

סה"כ מצאנו 3 שירי רוק שעלו בדירוג בשלב כלשהו וירדו בשלב מאוחר יותר.

תשובה (3).

שאלה 12 - קריאת גרפים

השאלה: באחד מ-10 השבועות הראשונים דורג במקום הראשון שיר שאינו מופיע בתרשים. שבוע לאחר מכן דורג שיר זה במקום x, ולאחר עוד שבוע דורג שוב במקום הראשון. איזה מהמספרים יכול להיות שווה ל-x?

פתרון:

השיר המדובר היה במקום הראשון בשבוע כלשהו, ירד לדירוג x בשבוע הבא, וחזר למקום הראשון בשבוע שאחריו.

כלומר, אנחנו מחפשים שני שבועות עוקבים שבהם יש שיר במקום הראשון שאינו מופיע בתרשים (השבוע שבו ירד לדירוג x הוא בין שני השבועות האלה).

בודקים את התרשים: בשבועות 4 ו-6 יש שיר שמדורג במקום הראשון שהוא כנראה אותו שיר שאינו מופיע בתרשים.

לכן השיר המדובר היה במקום הראשון בשבועות 4 ו-6, והשבוע שבו ירד לדירוג x הוא שבוע 5.

כעת נבדוק איזה דירוגים תפוסים בשבוע 5 (על ידי שירים שמופיעים בתרשים):

תשובה (1): 5 - יש כבר שיר שמדורג במקום ה-5. נפסלת.

תשובה (2): 8 - יש כבר שיר שמדורג במקום ה-8. נפסלת.

תשובה (3): 11 - יש כבר שיר שמדורג במקום ה-11. נפסלת.

תשובה (4): 13 - אין שום שיר שמדורג במקום ה-13. זו התשובה הנכונה!

תשובה (4).



שאלות ובעיות (שאלות 13-20)

שאלה 13 - היקף מעגל

השאלה: שמעון גלגל גלגל שאורך רדיוסו $\frac{1}{4}$ מטר. הגלגל התגלגל 4 סיבובים שלמים ב-12 שניות. כמה מטרים עבר הגלגל בשנייה?

פתרון:

מרחק שעובר הגלגל בסיבוב אחד שווה להיקף הגלגל.

שלב 1: חישוב היקף הגלגל

$$2\pi r = 2\pi \times \frac{1}{4} = \frac{\pi}{2} \text{ מטר}$$

שלב 2: חישוב המרחק ב-4 סיבובים

$$4 \times \frac{\pi}{2} = 2\pi \text{ מטר}$$

שלב 3: חישוב המרחק בשנייה אחת

$$\frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6} \text{ מטר}$$

תשובה (1).

שאלה 14 - סדרה הנדסית

השאלה: בשנה הראשונה לחייו של עץ הוא נבט וגדל עד לגובה מטר אחד. בכל שנה שאחריה גדל העץ במחצית מהגובה שנוסף לו בשנה הקודמת. מה היה גובה העץ (במטרים) בסוף השנה הרביעית לחייו?

פתרון:

בכל שנה התוספת מוכפלת ב- $\frac{1}{2}$

שנה	תוספת גדילה	גובה מצטבר
1	1	1
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$
3	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{4}$
4	$\frac{1}{8}$	$1\frac{7}{8} = \frac{15}{8}$

תשובה (4).

שאלה 15 - עצרת וריבוע

השאלה: מחשבון מבצע שתי פעולות: העלאה בריבוע (n^2) ועצרת ($n!$). מיינים מספר שלם חיובי, ומבצעים פעולה אחת, ואז על התוצאה מבצעים את הפעולה השנייה.

איזה מהמספרים אינו יכול להיות התוצאה הסופית?

פתרון:

יש שני מסלולים אפשריים: קודם עצרת ואז ריבוע, או קודם ריבוע ואז עצרת.

מסלול 1: קודם עצרת, אחר כך ריבוע

$$1! = 1, 1^2 = 1 \Rightarrow n = 1$$

$$2! = 2, 2^2 = 4 \Rightarrow \text{התוצאה } 4 \checkmark$$

$$3! = 6, 6^2 = 36 \Rightarrow \text{התוצאה } 36 \checkmark$$

מסלול 2: קודם ריבוע, אחר כך עצרת

$$2^2 = 4, 4! = 24 \Rightarrow \text{התוצאה } 24 \checkmark$$

בדיקת המספר 6:

• מסלול 1: כדי לקבל 6 מריבוע צריך ש- $\sqrt{6}$ יהיה עצרת של מספר שלם - לא אפשרי!

• מסלול 2: כדי לקבל 6 מעצרת צריך ש- $n^2 = 3$, אבל 3 אינו ריבוע של מספר שלם \times

המספר 6 לא יכול להתקבל במחשבון. תשובה (1).



שאלה 16 - אחוזים

נתון:

a הוא 75% מ- b

b הוא $x\%$ מ- c

שלב 1: כותבים את הנתונים כמשוואות

מ-" a הוא 75% מ- b ":

$$a = 0.75b = \frac{3}{4}b$$

מ-" b הוא $x\%$ מ- c ":

$$b = \frac{x}{100}c$$

שלב 2: מציבים את b בביטוי של a

$$a = \frac{3}{4} \times b = \frac{3}{4} \times \frac{x}{100}c = \frac{3x}{400}c$$

תשובה (4)

שאלה 17 - שאלה זו בוטלה

שאלה 18 - מערכת משוואות

נתון:

$$2x + y = 60$$

$$x + 2y = 30$$

נשאל: איזו מהמשוואות הבאות אינה נכונה?

בדיקת תשובה (1): $x - y = 30$

נחסר את משוואה 2 ממשוואה 1:

$$60 - 30 = (x + 2y) - (2x + y)$$

$$2x + y - x - 2y = 30$$

$$x - y = 30 \quad \checkmark \text{ נכון}$$

בדיקת תשובה (2): $x + y = 30$

נחבר את שתי המשוואות:

$$60 + 30 = (x + 2y) + (2x + y)$$

$$3x + 3y = 90$$

$$x + y = 30 \quad \checkmark \text{ נכון}$$



בדיקת תשובה (3): $2x + 4y = 60$

נכפיל את משוואה 2 ב-2:

$$2 \cdot 30 = (x + 2y) \cdot 2$$

$$60 = 2x + 4y \quad \checkmark \text{ נכון}$$

בדיקת תשובה (4): $4x + 2y = 60$

נכפיל את משוואה 1 ב-2:

$$2 \cdot 60 = (2x + y) \cdot 2$$

$$120 = 4x + 2y \quad \times \text{ לא } 60!$$

תשובה (4)

שאלה 19 - מעגל עם ריבוע ומשושה חסומים

נתונים:

- מעגל עם מרכז O
- ריבוע ABCD חסום במעגל
- משושה משוכלל EBFGDH חסום באותו מעגל

נשאל: מהי הזווית α ?

רעיון הפתרון:

הזווית α היא זווית פנימית במרובע HOD. נחלק את המרובע לשני משולשים: HOD ו-DOC, ונחשב את הזווית בכל אחד מהם.

שלב 1: זווית HOD במשולש HOD

המשולש HOD מורכב מ:

• OH - רדיוס המעגל

• OD - רדיוס המעגל

• HD - צלע של המשושה המשוכלל

במשושה משוכלל החסום במעגל, כל צלע שווה לרדיוס. לכן המשולש HOD הוא משולש שווה-צלעות.

$$\text{מכאן: זווית } HOD = 60^\circ$$

שלב 2: זווית DOC במשולש DOC

הנקודה O היא מרכז המעגל החוסם את הריבוע, ולכן היא גם נקודת מפגש אלכסוני הריבוע.

מכיוון שאלכסוני ריבוע מאונכים זה לזה, הרי שזווית $DOC = 90^\circ$

שלב 3: חישוב α

$$\alpha = \text{זווית HOD} + \text{זווית DOC} = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$$

תשובה (3)



שאלה 20 - מנסרה משולשת

נתונים:

- מנסרה משולשת
- הפאות הצדדיות הן ריבועים
- שטח כל ריבוע הוא $\sqrt{3}$ סמ"ר

נשאל: מהו שטח הבסיס (המשולש הכהה)?

שלב 1: מציאת צלע הריבוע

שטח ריבוע = צלע בריבוע, לכן:

$$a^2 = \sqrt{3}$$

תובנה מפתח:

מכיוון שכל שלוש הפאות הצדדיות הן ריבועים זהים, כל צלעות המשולש שוות. לכן הבסיס הוא משולש שווה-צלעות עם צלע a.

שלב 2: חישוב שטח הבסיס

שטח משולש שווה-צלעות עם צלע a הוא: $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$

$$נציב a^2 = \sqrt{3}$$

$$שטח הבסיס = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{3}{4} \text{ סמ"ר}$$

תשובה (4)



נועם