

מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(2)	(2)	(1)	(2)	(1)	(3)	(4)	(2)	(2)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(1)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(1)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-8)

שאלה 1 - גיאומטריה - משולשים ישרי-זווית / מרובעים

השאלה: בסרטוט שלפניכם ריבוע ABCD ובתוכו נקודה E.

נתון: $\angle BEC = 90^\circ$

$BE = 3$ ס"מ, $EC = 5$ ס"מ.

מה שטחו של הריבוע ABCD (בסמ"ר)?

פיתרון:

מכיוון שנתון שזווית BEC שווה ל- 90° , הרי שמשולש BEC הוא משולש ישר-זווית, והזווית הישרה נמצאת בקודקוד E. מכאן שהצלע שמול הזווית הישרה (הצלע BC) היא היתר של המשולש.

כדי למצוא את שטח הריבוע, עלינו למצוא את אורך צלע הריבוע BC. נשתמש במשפט פיתגורס במשולש ישר-הזווית BEC:

$$BC^2 = BE^2 + EC^2$$

נציב את הערכים הנתונים:

$$BC^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$$

מכיוון ששטח ריבוע שווה לריבוע צלעו, ומצאנו ש- $BC^2 = 34$, הרי ששטח הריבוע ABCD הוא 34 סמ"ר.

תשובה (2).

שאלה 2 - אלגברה - שברים

השאלה: הנקודות A, B, C ו-D ממוקמות על ציר המספרים כבסרטוט. המרחקים בין כל שתי נקודות סמוכות שווים.

על פי נתונים אלו והנתונים שבסרטוט, מה ערכה של הנקודה B?

פיתרון:

מהסרטוט נתון שהנקודה A נמצאת בערך $\frac{1}{4}$ והנקודה D נמצאת בערך 1.

ראשית נמצא את המרחק בין A ל-D: $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

מכיוון שהמרחקים בין כל שתי נקודות סמוכות שווים, ויש 3 קטעים שווים בין 4 הנקודות (A-B, B-C, C-D), נחלק את המרחק הכולל ב-3:

$$\frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$$

כלומר, כל קטע בין שתי נקודות סמוכות שווה ל- $\frac{1}{4}$.

כעת נמצא את ערך הנקודה B. הנקודה B נמצאת קטע אחד מימין לנקודה A, ולכן:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

תשובה (2).

שאלה 3 - בעיות - כללי

השאלה: בחנות מוכרים חבילות בלונים משני סוגים: חבילה קטנה (10 בלונים, 7 ש"ח) וחבילה גדולה (30 בלונים, 14 ש"ח). אלון קנה חבילות בלונים ושילם 28 ש"ח סה"כ.

מה מהבאים אינו יכול להיות מספר הבלונים הכולל שאלון קנה?

פיתרון:

מכיוון שנתון כי אלון שילם 28 ש"ח, ומחירי החבילות הם מספרים יחסית נוחים (7 ו-14 ש"ח), אשר 28 מתחלק בשניהם, נתחיל בבדיקה ידנית של האפשרויות השונות לרכישת הבלונים:

אפשרות 1 - רק חבילות קטנות: $28 \div 7 = 4$ חבילות קטנות, ובהן $4 \times 10 = 40$ בלונים.

→ פוסל את תשובה (4).

אפשרות 2 - רק חבילות גדולות: $28 \div 14 = 2$ חבילות גדולות, ובהן $2 \times 30 = 60$ בלונים.

→ פוסל את תשובה (2).

אפשרות 3 - שילוב: 2 חבילות קטנות (14 ש"ח) + 1 חבילה גדולה (14 ש"ח) = 28 ש"ח.

סה"כ: $20 + 30 = 50$ בלונים.

→ פוסל את תשובה (3).

תשובה (1).

למטיבי לכת: מספר הבלונים המקסימלי מתקבל כאשר קונים 2 חבילות גדולות - 60 בלונים. לכן 70 בלונים לא יכול להתקבל בשום אופן.

שאלה 4 - גיאומטריה - זוויות במישור / מערכת משוואות

השאלה: שלושת הישרים שבסרטוט נפגשים בנקודה אחת.

נתון: $z = x + y$ וגם $y = 3x$

מצאו את x.

פיתרון:

מכיוון ששאלו על x, צריך להיפטר מ-y ומ-z. נתחיל בכך שנביע את כל הנעלמים באמצעות x.

נתון ש- $y = 3x$, וכן נתון ש- $z = x + y$.

נציב $y = 3x$ במשוואה השנייה: $z = x + 3x$, ולכן $z = 4x$.

מהסרטוט רואים כי הזוויות x, y, z הן זוויות סמוכות היוצרות יחד זווית ישרה (180°).

לכן: $x + y + z = 180^\circ$

נציב $z = 4x$ ו- $y = 3x$:

$x + 3x + 4x = 180^\circ$

$$8x = 180^\circ$$

$$x = 22.5^\circ$$

תשובה (2).

שאלה 5 - בעיות - מינימום/מקסימום

השאלה: במהלך שבעת הימים של שבוע כלשהו ערכה גילי 29 שיחות טלפון סך הכול. ידוע שביום שני ערכה גילי יותר שיחות טלפון מבכל יום אחר באותו שבוע. לפיכך, ביום שני ערכה גילי לכל הפחות ____ שיחות טלפון.

פיתרון:

הבנת השאלה: אנחנו מחפשים את המספר המינימלי של שיחות ביום שני, בהינתן שביום שני היו יותר שיחות מאשר בכל יום אחר.

דרך א' - בדיקת תשובות:

מכיוון שמחפשים מינימום, נתחיל מהתשובה הנמוכה ביותר ונבדוק אם היא אפשרית.

נבדוק תשובה (4) - 4 שיחות ביום שני:

אם ביום שני היו 4 שיחות, אז בכל יום אחר יכולות להיות לכל היותר 3 שיחות (כי ביום שני יש יותר מכל יום אחר).
סה"כ לכל היותר: $22 = 4 + 18 = 4 + 6 \times 3$ שיחות.
זה פחות מ-29, לכן תשובה (4) לא מספיקה. ✗

נבדוק תשובה (1) - 5 שיחות ביום שני:

אם ביום שני היו 5 שיחות, אז בכל יום אחר יכולות להיות לכל היותר 4 שיחות.
סה"כ לכל היותר: $29 = 5 + 24 = 5 + 6 \times 4$ שיחות. ✓
זה בדיוק 29, לכן 5 הוא המינימום האפשרי.

דרך ב' - אלגברית:

נסמן את מספר השיחות ביום שני כ- x .
כדי למצוא את x , נמקסם את מספר השיחות בכל אחד מ-6 הימים האחרים, כלומר $x - 1$ שיחות בכל יום.

סה"כ השיחות בשבוע:

$$x + 6(x - 1) = 29$$

$$7x - 6 = 29$$

$$7x = 35$$

$$x = 5$$

תשובה (1).



שאלה 6 - שורשים

השאלה

שלושה מהביטויים הבאים שווים זה לזה בערכם. איזה ביטוי שונה מהביטויים האחרים בערכו?

פיתרון

דרך א': פישוט כל ביטוי

נשתמש בכלל: מכפלת שורשים שווה לשורש המכפלה, כלומר $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$.

כמו כן, כדי להכניס מספר לתוך שורש (שני) עלינו להעלות אותו בריבוע, כלומר $n\sqrt{a} = \sqrt{n^2 \cdot a}$. למשל, $2 = \sqrt{4}$ ולכן $3 = \sqrt{9}$.

נחשב את ערכו של כל ביטוי:

תשובה (1):

$$\sqrt{180} = \sqrt{15 \cdot 12} = \sqrt{15} \cdot \sqrt{12}$$

תשובה (2):

$$\sqrt{180} = \sqrt{4 \cdot 45} = 2\sqrt{45}$$

תשובה (3):

$$\sqrt{270} = \sqrt{9 \cdot 30} = 3\sqrt{30}$$

תשובה (4):

$$\sqrt{180} = \sqrt{10 \cdot 18} = \sqrt{10} \cdot \sqrt{18}$$

מכיוון שתשובות (1), (2) ו-(4) כולן שוות ל- $\sqrt{180}$, ואילו תשובה (3) שווה ל- $\sqrt{270}$, הרי שתשובה (3) היא הביטוי השונה.

דרך ב': העלאה בריבוע

מכיוון שכל הביטויים חיוביים, ניתן להשוות את ערכיהם על ידי העלאה בריבוע - פעולה שאינה משנה את היחס בין ביטויים חיוביים. הביטוי שריבועו שונה מריבוע האחרים הוא הביטוי השונה.

ריבועי הביטויים:

$$(\sqrt{15} \cdot \sqrt{12})^2 = 15 \cdot 12 = 180 \quad \text{תשובה (1)}$$

$$(2\sqrt{45})^2 = 4 \cdot 45 = 180 \quad \text{תשובה (2)}$$

$$(3\sqrt{30})^2 = 9 \cdot 30 = 270 \quad \text{תשובה (3)}$$

$$(\sqrt{10} \cdot \sqrt{18})^2 = 10 \cdot 18 = 180 \quad \text{תשובה (4)}$$

תשובה (3) היא היחידה שריבועה שונה מהאחרים.

תשובה (3).



שאלה 7

סוגריים וכפל מקוצר / הצבת דוגמה מספרית

השאלה

$$? = (8x + 2y) \cdot (16x - 4y)$$

פיתרון

דרך א': הצבת ערכים מספריים

מכיוון שנשאלנו על ערכו של ביטוי עם משתנים, וכל התשובות מכילות משתנים, נוכל להציב ערכים מספריים נוחים ולבדוק איזו תשובה מתאימה.

נציב $x = 1$ וגם $y = 1$, ונבדוק מה הערך המספרי שמקבל הביטוי, ואיזו תשובה נותנת את אותו הערך.

נחשב את ערך הביטוי בהצבה זו: $(8 \cdot 1 + 2 \cdot 1) \cdot (16 \cdot 1 - 4 \cdot 1)$, ונקבל: $10 \cdot 12 = 120$.

כעת נבדוק את התשובות ונפסול תשובות שערך שונה מ-120:

תשובה (1): $2(8x^2 - y^2)$ – נציב 1 במקום כל אחד מהנעלמים ונקבל: $2(8 \cdot 1^2 - 1^2) = 2 \cdot 7 = 14$. קיבלנו ערך שונה מ-120 ותשובה זו נפסלת.

תשובה (2): $2(16x^2 - y^2)$ – נציב 1 במקום כל אחד מהנעלמים ונקבל: $2(16 \cdot 1^2 - 1^2) = 2 \cdot 15 = 30$. קיבלנו ערך שונה מ-120 ותשובה זו נפסלת.

תשובה (3): $8(2x^2 - y^2)$ – נציב 1 במקום כל אחד מהנעלמים ונקבל: $8(2 \cdot 1^2 - 1^2) = 8 \cdot 1 = 8$. קיבלנו ערך שונה מ-120 ותשובה זו נפסלת.

תשובה (4): $8(16x^2 - y^2)$ – נציב 1 במקום כל אחד מהנעלמים ונקבל: $8(16 \cdot 1^2 - 1^2) = 8 \cdot 15 = 120$. קיבלנו את הערך 120, ולכן תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

מה למדנו? כאשר שואלים על ערכו של ביטוי והתשובות מכילות משתנים, ניתן להציב ערכים מספריים כדי לפסול תשובות שאינן נכונות.

דרך ב': פתיחת סוגריים ישירה

ניתן גם לפתור על ידי כפל כל איבר באיבר ואיסוף איברים דומים. נפתח את הסוגריים:

$$(8x + 2y) \cdot (16x - 4y) = 8x \cdot 16x + 8x \cdot (-4y) + 2y \cdot 16x + 2y \cdot (-4y)$$

$$= 128x^2 - 32xy + 32xy - 8y^2$$

האיברים האמצעיים מצטמצמים ונקבל: $128x^2 - 8y^2$.

כעת נוציא 8 מחוץ לסוגריים ונקבל: $8(16x^2 - y^2)$.

מה למדנו? פתרון ישיר אינו אופטימלי. בפשטות, ביטוי כזה נתכוון לאנו רוצים להגיע לאור האופן שבו מוצגות התשובות.

דרך ג': הוצאת גורם משותף וכפל מקוצר

טיפ למבחן: כשרואים מספרים גדולים בשאלת אלגברה בפסיכומטרי - זה סימן! מחברי המבחן רוצים לבדוק אם תזהו גורמים משותפים. חפשו אותם תמיד לפני שאתם מתחילים לחשב.

נחפש גורמים משותפים בכל סוגריים כדי להביא את הביטוי לצורה פשוטה יותר:

$$2(4x + y) \text{ ונקבל: } 2(4x + y)$$

$$4(4x - y) \text{ ונקבל: } 4(4x - y)$$

$$2 \cdot 4 = 8 \text{ נכפול את המקדמים שהוצאנו: } 8$$

$$(4x + y)(4x - y) \text{ נותר לנו לחשב את המכפלה}$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \text{ (כאשר } a = 4x \text{ ו- } b = y \text{)}, \text{ נקבל:}$$

$$16x^2 - y^2 = (4x)^2 - y^2 = (4x + y)(4x - y)$$

$$8(16x^2 - y^2) \text{ ולכן התוצאה הסופית היא:}$$

תשובה (4).



שאלה 8 - צירופים / ספירה

השאלה

לשרית מחזיק מפתחות בצורת קובייה ששרשרת משתלשלת מאחד מקודקודיה. היא רוצה לצבוע כל אחד מ-8 קודקודי הקובייה באדום או בצהוב, כך שלא יהיו שני קודקודים הנמצאים על אותה מקצוע צבועים באותו הצבע. בכמה דרכים שונות היא יכולה לעשות זאת?

פיתרון

מכיוון שנשאלנו על מספר האפשרויות לצבוע קודקודי קובייה, ולפי התשובות אנו רואים כי מספר הצירופים נמוך מאוד, נבחר לעבוד ידנית בצורה מסודרת ושיטתית.

נתחיל בבחינת קודקוד מסוים. לכל קודקוד בקובייה מחוברות 3 מקצועות. נניח כי לקודקוד זה צבע מסוים, למשל אדום. מכיוון שלקודקודים הנמצאים איתו על אותן מקצועות חייב להיות צבע שונה, הרי ש-3 הקודקודים שבקצה המקצועות הללו יהיו בהכרח צהובים.

כמו כן, לכל קודקוד צהוב יש גם 3 מקצועות, שקצותיהן האחרים אינם יכולים להיות צהובים - כלומר הם חייבים להיות אדומים. כך נמשיך ונגלה שכל הקודקודים נקבעים באופן חד-ערכי: אם התחלנו עם קודקוד אדום, כל הקודקודים המחוברים אליו צהובים, וכל הקודקודים המחוברים אליהם אדומים, וכך הלאה.

למעשה, קודקודי הקובייה מתחלקים לשתי קבוצות: 4 קודקודים בקבוצה אחת ו-4 בקבוצה השנייה, כך שכל מקצוע מקבוצה אחת לקודקוד מהקבוצה השנייה. לכן יש רק אפשרות צביעה אחת אם התחלנו באדום, ואפשרות אחת אם התחלנו בצהוב.

מכאן שיש בדיוק 2 צירופים שונים, זוהי דרכה של שרית לצבוע את קודקודי הקובייה. לכן תשובה (2) היא התשובה הנכונה.

תשובה (2).

מה למדנו? כאשר מספר הצירופים המתבקש נמוך, כדאי לעבוד באופן מסודר ושיטתי במקום לנסות נוסחאות מורכבות.

הסקה מתרשים (שאלות 9-12)

שאלה 9 - קריאת תרשימים (פתרון ויזואלי ללא חישוב)

השאלה

באיזה מדד היה בשבוע ב' הפער הגדול ביותר (בערך מוחלט) בין האחוזים שנמדדו בחלקה המדושנת לאחוזים שנמדדו בחלקה הלא מדושנת?

פיתרון

טיפ להתמצאות בתרשים: התרשים עמוס בנתונים, אך שימו לב להבדל בין הקווים: הקווים המדושנים הם תמיד הקו הכהה והעבה יותר, והקווים הלא מדושנים הם הקווים הדקים והבהירים יותר. הבחנה זו מקלה מאוד על הקריאה.

עלינו לקבוע באיזה מדד היה בשבוע ב' הפער הגדול ביותר (בערך מוחלט) בין האחוזים שנמדדו בחלקה המדושנת לאחוזים שנמדדו בחלקה הלא מדושנת. נתבונן בתרשים ונראה שאת המרחק הגדול ביותר בין שני המשולשים ההפוכים מדד זה לזה בשבוע ב' נשים לב שאת המרחק נוכל לבדוק באמצעות קווי האורך שבתרשים ללא צורך בחישוב.

כלומר, הכי קל לפי זה הוא לבחון את המרחקים בין שני המשולשים ההפוכים מדד זה לזה בשבוע ב'. נבדוק את המרחקים לגבי כל אחד מארבעת המדדים:

משקל פרי ממוצע (מסומן ברצף נקודות בתרשים) - שני המשולשים ההפוכים נמצאים במרחק של "קפיצה" אחת בין קווי האורך (בין גובה 100% לגובה 105%).

תכולת סוכר ממוצעת (מסומן ברצף טביעות בתרשים) - שני המשולשים ההפוכים נמצאים במרחק שלוש וחצי "קפיצות" בקווי האורך (בין גובה 90% לגובה 107.5%).

רמת חומציות ממוצעת (מסומן בגלים בתרשים) - שני המשולשים ההפוכים נמצאים במרחק שתיים וחצי "קפיצות" בקווי האורך (בין גובה 97.5% לגובה 110%).

מספר לימונים (מסומן בקווים ישרים בתרשים) - שני המשולשים ההפוכים נמצאים במרחק של "קפיצה" אחת בין קווי האורך (בין גובה 95% לגובה 100%).

המרחק הגדול ביותר הוא במדד **תכולת הסוכר הממוצעת**, ולכן תשובה (2) היא התשובה הנכונה.

תשובה (2).

מה למדנו? בתרשימים כשאנו רוצים להתמקד בתרשים ומה אנו מחפשים לראות, לעיתים קרובות אין צורך לחשב ומספיק "לפתור עם העיניים".

שאלה 10 - קריאת תרשימים (פתרון ויזואלי ללא חישוב)

השאלה

באיזה שבוע הייתה רמת החומציות הממוצעת בלימוני **הפרדס כולו** הגבוהה ביותר?
(הניחו שבשבוע אפס רמת החומציות בשתי החלקות הייתה זהה, ושכל חלקה משקל שווה בעת חישוב רמת החומציות בלימוני הפרדס)

פיתרון

עלינו לקבוע באיזה שבוע הייתה רמת החומציות הממוצעת בלימוני **הפרדס כולו** הגבוהה ביותר. מכיוון שלכל חלקה משקל שווה בחישוב הממוצע, הממוצע יהיה בדיוק באמצע בין שני הערכים (מדושנת ולא מדושנת).
במקום לחשב, נתבונן בתרשים ונחפש את השבוע שבו נקודת האמצע בין שני המשולשים המסמנים רמת חומציות (הקו עם הגלים) היא הגבוהה ביותר.
נשים לב לעובדה חשובה: **בשבוע ה' שני הקווים נמצאים בנקודה הגבוהה ביותר שלהם**:
• **החלקה המדושנת**: מגיעה לשיא של כ-115% בשבוע ה' (הנקודה הגבוהה ביותר שלה בכל התרשים).
• **החלקה הלא מדושנת**: חוזרת ל-100% בשבוע ה', לאחר שבכל השבועות הקודמים (א'-ד') הייתה מתחת ל-100%.
מכיוון ששני הקווים בנקודה הגבוהה ביותר שלהם בשבוע ה', ברור שגם הממוצע שלהם יהיה הגבוה ביותר בשבוע זה.

תשובה (3).

מה למדנו? בתרשימים נחשוב היכן אנו רוצים להתמקד ומה אנו מחפשים לראות. פעמים רבות אין צורך בחישובים אלא בפתרון ויזואלי.

שאלה 11 - קריאת תרשימים (השוואה בין חלקות)

השאלה

מהו השבוע **הראשון** שבו הייתה החלקה המדושנת אחראית ליותר ממחצית רווחי הפרדס כולו?

פיתרון

כדי שהחלקה המדושנת תהיה אחראית ליותר ממחצית הרווחים, היא צריכה לייצר יותר רווח מהחלקה הלא מדושנת.
הרווח תלוי במספר הלימונים. לכן עלינו לחפש את השבוע הראשון שבו **מספר הלימונים** בחלקה המדושנת גבוה ממספר הלימונים בחלקה הלא מדושנת.
נתבונן בתרשים בקו מספר הלימונים (הקו הישר הרציף). נחפש את השבוע הראשון שבו הקו המדושן (הכה והעבה) נמצא מעל הקו הלא מדושן (הבהיר והדק):
• **שבוע א'**: הקו המדושן מתחת לקו הלא מדושן - החלקה המדושנת מייצרת פחות לימונים.
• **שבוע ב'**: הקווים קרובים מאוד או שווים - עדיין לא יותר ממחצית.
• **שבוע ג'**: הקו המדושן עובר מעל הקו הלא מדושן - זהו השבוע הראשון שבו החלקה המדושנת מייצרת יותר לימונים.
לכן שבוע ג' הוא השבוע הראשון שבו החלקה המדושנת אחראית ליותר ממחצית רווחי הפרדס.

תשובה (3).

מה למדנו? כששואלים על "יותר ממחצית" או "רוב", מחפשים את הנקודה שבה קו אחד עובר מעל השני. המילה "ראשון" מרמזת שנתחיל לבדוק מתחילת הציר.

שאלה 12 - קריאת תרשימים (חישוב מערכים יחסיים)

השאלה

נתון כי בשבוע אפס נקטף בשתי החלקות אותו מספר של לימונים. בשבוע א' נקטפו בחלקה המדושת של הפרדס 1,800 לימונים. כמה לימונים נקטפו בשבוע א' בחלקה הלא מדושנת?

פיתרון

שלב מקדים - מה אנחנו מחפשים? השאלה נותנת לנו מספר מוחלט (1,800 לימונים) ומבקשת מספר מוחלט אחר. התרשים מציג אחוזים יחסית לשבוע אפס (100%). לכן עלינו למצוא קודם את הכמות בשבוע אפס, ואז לחשב את הכמות המבוקשת.

שלב 1: קריאת הנתונים מהתרשים

מהתרשים נקרא את אחוז מספר הלימונים בשבוע א':

• החלקה המדושנת בשבוע א': 90%

• החלקה הלא מדושנת בשבוע א': 95%

שלב 2: מציאת הכמות בשבוע אפס (100%) באמצעות ריבוע יחסים

נסדר את הנתונים בטבלה:

אחוזים	כמות
90	1,800
100	?

נמצא את היחס בין הכמות לאחוזים: $1,800 \div 90 = 20$

לכן הכמות ב-100% היא: $100 \times 20 = 2,000$ לימונים

שלב 3: חישוב הכמות בחלקה הלא מדושנת

החלקה הלא מדושנת בשבוע א' היא 95%, כלומר חסרים 5% מהשלם.

5% מ-2,000 הם 100, ולכן: $2,000 - 100 = 1,900$ לימונים

תשובה (1).

טיפ למתקדמים: למעשה לא היינו חייבים למצוא את השלם (100%). מכיוון שמצאנו שהיחס הוא פי 20, יכולנו לעבור ישירות ל-95%: $95 \times 20 = 1,900$

שאלה 13 - מספרים דו-ספרתיים והיפוך ספרות

השאלה

A ו-B הן ספרות בין 1 ל-9.

נתון: $27 = BA - AB$

$A - B = ?$

פיתרון

שלב מקדים - מה אנחנו מחפשים? עלינו למצוא את ההפרש בין שתי ספרות A ו-B. נתון לנו שההפרש בין המספר הדו-ספרתי AB למספר הדו-ספרתי BA הוא 27. ברור שכלל שההפרש בין הספרות גדול יותר, כך ההפרש בין המספרים גדול יותר.

דרך א' - ניסוי שיטתי (מומלץ)

נתחיל מדוגמה שבה הפרש הספרות קטן ונראה אם מתקבל 27:

• $18 = 31 - 13$ (הפרש הספרות: 2) - קיבלנו 18, קטן מדי!

מכיוון שלא קיבלנו 27, נגדיל את ההפרש בין הספרות:

• $27 = 41 - 14$ (הפרש הספרות: 3) - קיבלנו 27 ✓

מצאנו דוגמה שבה $4 - 1 = 3$. מכיוון שמצאנו דוגמה אחת שעונה על התנאי, אין צורך לחפש דוגמאות נוספות - ברור שיתר התשובות (1, 2 או 4) נפסלות.

דרך ב' - פתרון אלגברי

מספר דו-ספרתי AB שווה ל-10 כפול ספרת העשרות ועוד ספרת האחדות:

$$AB = 10A + B$$

$$BA = 10B + A$$

נחשב את ההפרש:

$$\begin{aligned} AB - BA &= (10A + B) - (10B + A) \\ &= 9A - 9B \\ &= 9(A - B) \end{aligned}$$

נתון שההפרש הוא 27, לכן:

$$\begin{aligned} 9(A - B) &= 27 \\ 27 \div 9 &= 3 \end{aligned}$$

תשובה (3).

מה למדנו? כשמחסרים מספר דו-ספרתי מהיפוכו, התוצאה תמיד מתחלקת ב-9. יתרה מכך, התוצאה תמיד שווה להפרש בין הספרות כפול 9. זו תכונה שימושית לזכור!



שאלה 14 - עצרות (פקטוריאלי)

השאלה

$$\frac{120 \cdot 5!}{(6!)^2} = ?$$

פיתרון

שלב מקדים - מה אנחנו מחפשים? בפישוט ביטוי עם עצרות, ננסה לקרב את צורתו של הביטוי לצורת השברים שבתשובות. כדי לצמצם על קו השבר, נחפש מכפלות שוות במונה ובמכנה.

שלב 1: פישוט המכנה באמצעות העיקרון $6! = 6 \cdot 5!$

נשתמש בעיקרון החשוב: $n! = n \cdot (n-1)!$ לכן:

$$(6!)^2 = (6 \cdot 5!)^2 = 36 \cdot (5!)^2$$

שלב 2: פישוט המונה

במונה יש לנו $120 \cdot 5!$. מכיוון ש- $120 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$, נקבל:

$$120 \cdot 5! = 5! \cdot 5! = (5!)^2$$

שלב 3: הצבה וצמצום

כעת נציב את הביטויים שקיבלנו במונה ובמכנה. הביטוי המקורי היה:

$$\frac{120 \cdot 5!}{(6!)^2}$$

לאחר הצבת הערכים שמצאנו (במונה: $(5!)^2$, במכנה: $36 \cdot (5!)^2$):

$$\frac{(5!)^2}{36 \cdot (5!)^2}$$

נצמצם את $(5!)^2$ במונה ובמכנה ונקבל:

$$\frac{1}{36}$$

תשובה (4).

מה למדנו? העיקרון $6! = 6 \cdot 5!$ (ובאופן כללי $n! = n \cdot (n-1)!$) מאוד שימושי בפישוט ביטויים עם עצרות. בנוסף, מסייע להכיר ערכי עצרות נפוצים כמו $120 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$, אך זה אינו הכרחי.



שאלה 15 - גיאומטריה (שטח מקבילית)

השאלה

בסרטוט שלפניכם מקבילית שאורכי צלעותיה x ו- y .

נתון: $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

אם S הוא שטח המקבילית, איזו מן הטענות הבאות נכונה בהכרח?

פיתרון

שלב מקדים - מה אנחנו מחפשים? עלינו לקבוע איזו מהטענות נכונה בהכרח. התשובות מכילות משוואות ואי-שוויונות המתייחסות לקשר בין שטח המקבילית (S) לבין אורכי צלעותיה (x ו- y). נתחיל במציאת נוסחת שטח המקבילית ונבדוק כיצד לעבוד מול המשוואות שבתשובות.

שלב 1: נוסחת שטח המקבילית

שטח מקבילית שווה לצלע כפול גובה לצלע זו. נוריד גובה לצלע y ונסמן אותו ב- h :

$$S = y \cdot h$$

שלב 2: הקשר בין הגובה h לצלע x

מהורדת הגובה נוצר משולש ישר זווית, שבו הגובה h הוא ניצב, וצלע x היא היתר. מכיוון שניצב תמיד קטן מיתר, נקבל:

$$h < x$$

שלב 3: מסקנה

מצאנו ש- $x > h$. נכפול את שני האגפים ב- y ונקבל:

$$S = y \cdot h < y \cdot x$$

כלומר: $S < x \cdot y$

תשובה (1).

מה למדנו? נתכנן עם איזו צורה לעבוד - איזו צורה קושרת בין הנתונים למה ששואלים עליו ולמה שנמצא בתשובות.

שאלה 16 - בעיות דרך (מהירות, זמן, מרחק)

השאלה

בדרכה לעבודה בבוקר נסעה ליאת 20 דקות במהירות x קמ"ש ואחר כך נסעה עוד 20 דקות במהירות $\frac{x}{2}$ קמ"ש. בערב חזרה ליאת באותה הדרך במהירות קבועה של y קמ"ש, ונסיעתה נמשכה שעה בדיוק.
 $\frac{x}{y} = ?$

פיתרון

שלב מקדים - מה אנחנו מחפשים? עלינו לקבוע מהו היחס בין המהירויות? $\frac{x}{y}$. כדי להשוות בין x ל- y , למעשה עלינו להשוות בין סיפור הדרך בבוקר לסיפור הדרך בערב, שהם מהירויות שונות באותה דרך. אם כך, עלינו למצוא ערכים מספריים ל- x ול- y . משום שיש מספרים רבים שיכולים לקיים את הנתונים, נציב דוגמה מספרית נוחה ונמצא את היחס.

שלב 1: בחירת ערך נוח ל- x

נרצה לכפול את המהירות בזמן, ומשום ש-20 דקות הם $\frac{1}{3}$ שעה, נבחר ב- x מספר שנוח לחלק ל-2 ול-30. נציב $x = 30$ קמ"ש.
 לפי הצבה זו, המהירות בקטע השני היא $15 = \frac{30}{2}$ קמ"ש.

שלב 2: חישוב המרחק בבוקר

קטע ראשון: $\frac{1}{3}$ שעה במהירות 30 קמ"ש $\rightarrow$ מרחק: $10 = \frac{1}{3} \cdot 30$ ק"מ
 קטע שני: $\frac{1}{3}$ שעה במהירות 15 קמ"ש $\rightarrow$ מרחק: $5 = \frac{1}{3} \cdot 15$ ק"מ
 סה"כ עברה ליאת בבוקר: $15 = 10 + 5$ ק"מ

שלב 3: מציאת y

בדרכה חזרה נסעה באותה הדרך ועברה את אותו המרחק. עברה 15 ק"מ במשך שעה, לכן מהירותה (y) שווה ל- $1 = \frac{15}{15}$ קמ"ש.

שלב 4: חישוב היחס

$$\frac{x}{y} = \frac{30}{15} = 2$$

נפסול תשובות: בתשובות (1), (3) ו-(4) ערכים השווים מ-2 ולכן נפסלות. לכן תשובה (2) היא התשובה הנכונה.

תשובה (2).

מה למדנו? כאשר יש ערכים מספריים רבים היכולים לקיים את הנתונים, אפשר להציב דוגמה מספרית במטרה לפסול תשובות.

שאלה 17 - גיאומטריה (רבע מעגל וקשתות)

השאלה

בסרטוט שלפניכם רבע מעגל שמרכזו O ובתוכו נקודה כלשהי C .
נתון: אורך הקשת AB הוא x , ואורך המסלול מ- A ל- B דרך C (המודגש בסרטוט) הוא y .
 $\frac{x}{y} = ?$

פיתרון

שלב מקדים - מה אנחנו מחפשים? עלינו לקבוע מהו היחס $\frac{x}{y}$. חלק מהתשובות מספריות וישנה תשובה לפיה "אי אפשר לדעת על פי הנתונים". נשים לב ש- x הוא אורך הקשת ואילו y הוא סכום אורכי ארבעה קווים ישרים. שניהם תלויים ברדיוס של המעגל, לכן נוכל לבטא את ערכם באמצעות הרדיוס.

שלב 1: ביטוי x באמצעות הרדיוס

x הוא אורך קשת רבע מעגל. נסמן את הרדיוס r . אורך קשת רבע מעגל הוא רבע מהיקף המעגל:

$$x = \frac{2\pi r}{4} = \frac{\pi r}{2}$$

שלב 2: ביטוי y באמצעות הרדיוס

נסמן בסרטוט את הנקודות E ו- D כך ש- D על הצלע AO ו- E על הצלע BO .

המסלול מורכב מארבעה קטעים: $BE + CE + CD + AD$.

נשים לב שהמסלול יוצר מלבן $OECD$. במלבן, צלעות נגדיות שוות:

$$r = AO = DO + AD = CE + AD \quad (\text{הרדיוס האנכי})$$

$$r = BO = BE + EO = BE + CD \quad (\text{הרדיוס האופקי})$$

לכן:

$$y = 2r$$

שלב 3: חישוב היחס

$$\frac{x}{y} = \frac{\frac{\pi r}{2}}{2r} = \frac{\pi r}{2} \cdot \frac{1}{2r} = \frac{\pi}{4}$$

תשובה (3).

מה למדנו? כאשר נקודה נמצאת בתוך מלבן, סכום המרחקים האנכיים שלה מהצלעות האופקיות שווה לגובה המלבן, וסכום המרחקים האופקיים שלה מהצלעות האנכיות שווה לרוחב המלבן - ללא תלות במיקום הנקודה!

שאלה 18 - גיאומטריה (משושה משוכלל)

השאלה

בסרטוט שלפניכם משושה משוכלל החסום במלבן שאורך צלעו הקצרה x .
מה היקף המשושה?

פיתרון

שלב מקדים - מה אנחנו מחפשים? היקף משושה משוכלל הוא $6a$ (שש פעמים צלע המשושה). עלינו למצוא את הקשר בין צלע המשושה a לבין הצלע הקצרה של המלבן x .

שלב 1: זיהוי מהו x

הצלע הקצרה של המלבן (x) היא הגובה של המשושה - המרחק בין שתי צלעות מקבילות.

שלב 2: זיהוי המשולש בפינה

בפינות המלבן נוצרים משולשים ישרי זווית. במשושה משוכלל, הזווית הפנימית היא 120° . כשהמשושה "נשען" על המלבן, הזווית מתחלקת לזווית ישרה ($120^\circ = 60^\circ + 30^\circ$).

לכן המשולש בפינה הוא משולש $30^\circ-60^\circ-90^\circ$, שבו יחס הצלעות הוא $1 : \sqrt{3} : 2$ (ניצב קצר : ניצב ארוך : יתר).

שלב 3: מציאת הקשר בין x לצלע המשושה

נתבונן במשולש שבפינה:

• **הניצב הארוך** (מול זווית 60°) הוא חצי מגובה המשושה, כלומר $\frac{x}{2}$.

• **הניצב הקצר** (מול זווית 30°) שווה לניצב הארוך לחלק ב- $\sqrt{3}$:

$$\frac{x}{2} \div \sqrt{3} = \frac{x}{2\sqrt{3}}$$

• **היתר** היא צלע המשושה (a), והיא גדולה פי 2 מהניצב הקצר:

$$a = 2 \cdot \frac{x}{2\sqrt{3}} = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

שלב 4: חישוב ההיקף

$$\text{היקף} = 6a = 6 \cdot \frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{6x}{\sqrt{3}}$$

תשובה (4).

מה למדנו? במשושה משוכלל החסום במלבן, נוצרים בפינות משולשי $30^\circ-60^\circ-90^\circ$. יחסי הצלעות הקבועים במשולש זה ($1 : \sqrt{3} : 2$) מאפשרים לנו למצוא את צלע המשושה מתוך גובהו.

שאלה 19 - אלגברה (ערך מוחלט ואי-שוויונות)

השאלה

נתון: $|a + b| < a$

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

- (1) $|b| < 2a$
- (2) $2a < |b|$
- (3) $|a| < |b|$
- (4) $|b| < |a|$

פיתרון

שלב מקדים - מה אנחנו מחפשים? עלינו למצוא טענה שנכונה בהכרח עבור כל a ו- b שמקיימים את הנתון. נחפש דוגמאות מספריות שמקיימות את הנתון ונבדוק אילו תשובות ניתן לפסול.

שלב 1: דוגמה ראשונה - $a = 5, b = -3$

בדיקת הנתון: $|5 + (-3)| = |2| = 2 < 5$ האם $2 < 5$ מתקיים.

נבדוק את התשובות:

• תשובה (1): $|b| < 2a \rightarrow |-3| < 2 \cdot 5 \rightarrow 3 < 10$ ✓ מתקיימת

• תשובה (2): $2a < |b| \rightarrow 2 \cdot 5 < |-3| \rightarrow 10 < 3$ ✗ נפסלת

• תשובה (3): $|a| < |b| \rightarrow 5 < 3$ ✗ נפסלת

• תשובה (4): $|b| < |a| \rightarrow |-3| < 5$ ✓ מתקיימת

תשובות (1) ו-(4) מתקיימות בדוגמה זו, לכן לא ניתן לפסול אותן עדיין.

שלב 2: דוגמה שנייה - $a = 5, b = -7$

בדיקת הנתון: $|5 + (-7)| = |-2| = 2 < 5$ האם $2 < 5$ מתקיים.

נבדוק את התשובות שנותרו:

• תשובה (1): $|b| < 2a \rightarrow |-7| < 2 \cdot 5 \rightarrow 7 < 10$ ✓ מתקיימת

• תשובה (4): $|b| < |a| \rightarrow |-7| < 5$ ✗ נפסלת

שלב 3: מסקנה

פסלנו את תשובות (2), (3) ו-(4). לכן תשובה (1) היא התשובה הנכונה.

תשובה (1).

מה למדנו? כאשר שואלים "איזו מהטענות נכונה בהכרח", עלינו לחפש מספרים שמקיימים את הנתון אך אינם מקיימים את הטענה - במטרה לפסול תשובות עד שנשארת תשובה אחת בלבד.

שאלה 20 - בעיות מילוליות (ממוצעים)

השאלה

ממוצע הציונים של יונתן בשלוש בחינות - לשון, ספרות והיסטוריה - הוא 77. בבחינות בלשון ובספרות קיבל יונתן אותו ציון, ובבחינה בהיסטוריה קיבל ציון הגבוה פי $1\frac{1}{2}$ מציון זה. מה הציון שקיבל יונתן בבחינה בהיסטוריה?

פיתרון

שלב מקדים - מה אנחנו מחפשים? את הציון בהיסטוריה. נסמן את הציון בלשון ובספרות ב- x , ואז הציון בהיסטוריה הוא $1.5x$.

שלב 1: בניית משוואה מהנתונים

ממוצע של 3 מספרים הוא סכומם לחלק ב-3. לכן:

$$\frac{x+x+1.5x}{3} = 77$$

שלב 2: פישוט וחישוב

$$x + x + 1.5x = 3.5x = 77 \cdot 3$$

$$\frac{3.5x}{3} = 77$$

נכפיל את שני האגפים ב-3:

$$3.5x = 77 \cdot 3$$

נחלק ב- $\frac{7}{2}$. חילוק בשבר הוא כפל בהופכי, כלומר כפל ב- $\frac{2}{7}$:

$$x = 77 \cdot 3 \cdot \frac{2}{7}$$

נשים לב ש-77 מתחלק ב-11 (כי $77 = 11 \cdot 7$), ולכן נצמצם:

$$x = \frac{77}{7} \cdot 3 \cdot 2 = 11 \cdot 6 = 66$$

שלב 3: מציאת הציון בהיסטוריה

הציון בהיסטוריה הוא $1.5x$:

$$1.5 \cdot 66 = \frac{3}{2} \cdot 66 = 3 \cdot 33 = 99$$

תשובה (1).

מה למדנו? במבחן ללא מחשבו, כדאי לדחות חישובים להמשך במקום לחשב מיד - לעיתים קרובות הם מצטמצמים. במקרה זה, לא חישובנו את $77 \cdot 3$ אלא השארנו את הביטוי פתוח, וכך יכולנו לצמצם את 77 עם 11 .