

מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(2)	(3)	(3)	(2)	(3)	(3)	(2)	(4)	(1)	(2)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(4)	(4)	(2)	(4)	(4)	(4)	(4)	(1)	(4)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-7)

שאלה 1 - שטח מקבילית

השאלה: בסרטוט שלפניכם ABCD היא מקבילית. $AB = 5$ ס"מ, $BC = 3$ ס"מ. מה שטח המקבילית (בסמ"ר)?

פיתרון:

זיהוי הגובה:

בסרטוט רואים סימון של זווית ישרה, כלומר הורד גובה מ-A אל הצלע BC.

מציאת הגובה:

נוצר משולש ישר זווית שבו היתר (AB) שווה ל-5 וניצב אחד (על BC) שווה ל-3.

שלשה פיתגורסית: זוהי השלשה 3-4-5 שכדאי לזכור בעל פה. לכן הגובה שווה ל-4.

למי שלא זוכר - חישוב באמצעות משפט פיתגורס:

נסמן את הגובה ב-h. לפי משפט פיתגורס:

$$h^2 + 3^2 = 5^2$$

$$h^2 + 9 = 25$$

$$h^2 = 16$$

$$h = 4$$

חישוב השטח:

שטח מקבילית = בסיס × גובה

$$\text{שטח} = BC \times \text{גובה} = 3 \times 4 = 12 \text{ סמ"ר}$$

תשובה (2).



שאלה 2 - בעיות חפיפה

השאלה: בקבוצה בת 40 סטודנטים, 10 מרכיבים משקפיים ו-20 הם בעלי שיער ארוך. ידוע כי בדיוק מחצית ממרכיבי המשקפיים הם בעלי שיער ארוך. כמה סטודנטים בקבוצה אינם מרכיבים משקפיים ואינם בעלי שיער ארוך?

פיתרון:

שלב 1: מרכיבי משקפיים עם שיער ארוך (החפיפה)
מחצית ממרכיבי המשקפיים הם בעלי שיער ארוך: $10 \div 2 = 5$ סטודנטים.

שלב 2: חלוקה לקטגוריות
• מרכיבי משקפיים עם שיער ארוך: 5
• מרכיבי משקפיים בלי שיער ארוך: $10 - 5 = 5$
• בעלי שיער ארוך בלי משקפיים: $20 - 5 = 15$

שלב 3: חישוב התשובה
סה"כ סטודנטים עם משקפיים או שיער ארוך (או שניהם): $5 + 5 + 15 = 25$
סטודנטים שאינם מרכיבים משקפיים ואינם בעלי שיער ארוך: $40 - 25 = 15$

תשובה (3).

שאלה 3 - מרחק בין נקודות

השאלה: מהם שיעורי הנקודה המצויה על היקף הריבוע הכהה שמרחקה (בקו ישר) מהנקודה $A(1, 5)$ הוא הגדול ביותר?

פיתרון:

תובנה מפתח: הנקודה הרחוקה ביותר מנקודה נתונה על היקף ריבוע תהיה בדרך כלל הקודקוד הנגדי באלכסון.

נבדוק את המרחק מ- $A(1, 5)$ לכל אחת מהתשובות:

$$\text{תשובה (1)} (1, 0): \sqrt{(1-1)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\text{תשובה (2)} (0, 0): \sqrt{(0-1)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$$

$$\text{תשובה (3)} (5, 0): \sqrt{(5-1)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$$

$$\text{תשובה (4)} (5, 5): \sqrt{(5-1)^2 + (5-5)^2} = \sqrt{16} = 4$$

המרחק הגדול ביותר הוא $\sqrt{41}$. המתקבל עבור הנקודה $(5, 0)$.

תשובה (3).

שאלה 4 - בעיות קצב עבודה

השאלה: לבריכה כלשהי מחוברים שני צינורות - צינור A המזרים מים אל תוך הבריכה, וצינור B המזרים מים מהבריכה החוצה. אם הבריכה ריקה ופותחים את צינור A בלבד, היא תתמלא כעבור 4 שעות. אם הבריכה מלאה ופותחים את צינור B בלבד, היא תתרוקן כעבור 8 שעות. אם הבריכה ריקה ופותחים בו-זמנית את שני הצינורות, כעבור כמה זמן היא תתמלא?

פיתרון: דרך א' - אינטואיטיבית

כדי להימנע מעבודה עם שברים, נביא את שני הצינורות לאותו זמן.

ב-8 שעות:

- צינור A ממלא 2 בריכות (כי הוא ממלא בריכה אחת ב-4 שעות)
- צינור B מרוקן 1 בריכה

סה"כ ב-8 שעות: $2 - 1 = 1$ בריכה מתמלאת.

לכן הבריכה תתמלא כעבור 8 שעות.

דרך ב' - שברים

בשעה אחת צינור A ממלא $\frac{1}{4}$ מהבריכה, וצינור B מרוקן $\frac{1}{8}$ מהבריכה.

הקצב הנקי בשעה: $\frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{2}{8} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$

לכן הבריכה תתמלא כעבור 8 שעות.

תשובה (2).

שאלה 5 - אי-שוויונות

נתון: $2x + 4y < -5$

איזה מהשוויונות הבאים ייתכן?

פיתרון:

נציב כל תשובה באי-השוויון ונבדוק אם הוא מתקיים:

תשובה (1): $x = -2y - 1$

$$2(-2y - 1) + 4y < -5$$

$$-4y - 2 + 4y < -5$$

$$-2 < -5$$

לא נכון! ✗

תשובה (2): $x = -2y + 2$

$$2(-2y + 2) + 4y < -5$$

$$-4y + 4 + 4y < -5$$

$$4 < -5$$

לא נכון! ✗

תשובה (3): $x = -2y - 3$

$$2(-2y - 3) + 4y < -5$$

$$-4y - 6 + 4y < -5$$

$$-6 < -5$$

נכון תמיד! ✓

תשובה (3).



שאלה 6 - משוואות עם פרמטר

נתונה המשוואה: $2ab - 10b = 2a - 10$, $b \neq 1$
 $? = a$

פיתרון:

גישה: בפתרון משוואות ננסה לבודד את המשתנה המבוקש. נעביר את כל האיברים עם a לצד אחד.

$$2ab - 2a = 10b - 10$$

נוציא גורם משותף מכל צד:

$$2a(b - 1) = 10(b - 1)$$

מכיוון שנתון ש- $b \neq 1$, מותר לחלק ב- $(b - 1)$:

$$2a = 10$$

$$a = 5$$

תשובה (3).

שאלה 7 - בעיית מילים

השאלה: משפחה כוללת אב, אם ו-4 ילדים. הילדים נולדו בהפרשי זמן שווים. הבכור בן 15, הצעיר בן 9. ממוצע גילאי ההורים שווה לסכום גילאי הילדים. האב צעיר בשנתיים מהאם. מה גיל האב?

פיתרון:

גישה: נתון שהאב צעיר בשנתיים מהאם, ושמוצע גילאי ההורים שווה לסכום גילאי הילדים. לכן, אם נוכל למצוא את גילאי הילדים ולחשב את סכום גילאיהם, נוכל להיעזר בנתון זה כדי לחשב את גיל האב.

שלב 1: מציאת גילאי הילדים

נתון שיש 4 ילדים שנולדו במרווחי זמן שווים, משך הזמן בין לידת הילד הבכור ללידת הילד הצעיר מתחלק ל-3 מרווחי זמן שווים:

ילד רביעי - מרווח 3 - ילד שלישי - מרווח 2 - ילד שני - מרווח 1 - ילד בכור

כלומר בין הבכור לצעיר יש הפרש של 6 שנים ($15 - 9 = 6$). לכן כל מרווח זמן שווה ל-2 שנים ($\frac{6}{3} = 2$).

גילאי הילדים הם: 9, 11, 13, 15. סכום גילאיהם הוא 48 ($15 + 13 + 11 + 9 = 48$).

שלב 2: חישוב גיל האב

נכתה נמצא את גיל האב. נסמן גיל זה ב- x . מכאן שגיל האם הוא $x + 2$.

ממוצע גילאי ההורים הוא $x + 1 = \frac{2x+2}{2} = \frac{x+x+2}{2}$.

ממוצע זה, כפי שמצאנו קודם, שווה ל-48, ולכן: $x + 1 = 48$, ומכאן ש- $x = 47$.

תשובה (2).

הסקה מטבלה (שאלות 8-12)

שאלה 8 - הסקה מטבלה

השאלה: באיזו מהשנים הבאות היה היחס (מספר המכוניות הפרטיות / מספר האוטובוסים הרגילים) הגדול ביותר?

פיתרון:

גישה: כדי שיחס (שבר) יהיה גדול ביותר, צריך שהמונה יהיה גדול ביותר והמכנה יהיה קטן ביותר. אין צורך לחשב - מספיק להסתכל על הנתונים בטבלה.

נסתכל על הנתונים בשנים שבתשובות:

- 2017: מכוניות פרטיות 131,950, אוטובוסים 6,250
- 2018: מכוניות פרטיות 135,700, אוטובוסים 6,200
- 2019: מכוניות פרטיות 142,400, אוטובוסים 6,200
- 2020: מכוניות פרטיות 157,100, אוטובוסים 6,000

בשנת 2020 יש את המספר הגדול ביותר של מכוניות פרטיות (157,100) ואת המספר הקטן ביותר של אוטובוסים (6,000).

לכן בשנה זו היחס הוא הגדול ביותר.

תשובה (4).

שאלה 9 - הסקה מטבלה

השאלה: איזה מהתרשימים הבאים יכול לייצג את השינויים במספר המשאיות ובמספר המכוניות הפרטיות בתל אביב בשנים 2015-2020?

פיתרון:

גישה: מכיוון שאין מספרים על הציר האנכי בתרשימים, נבדוק האם בין השנים הייתה ירידה או עלייה במספר המכוניות והמשאיות - כלומר, האם המגמות בתרשימים מתאימות לנתונים.

נתחיל מלהסתכל על מספר המכוניות הפרטיות ונבחין שהוא עולה משנה לשנה:

תשובה (4): מראה ירידה במכוניות פרטיות בין 2015 ל-2016, אבל בטבלה יש עלייה X

תשובה (3): מראה שבין 2016 ל-2017 לא היה שינוי במכוניות פרטיות, אבל בטבלה יש עלייה X

כעת נסתכל על מספר המשאיות, ונבחין שהוא נמוך משמעותית ממספר המכוניות הפרטיות בכל השנים:

תשובה (2): מראה שעד שנת 2018 (כולל) מספר המשאיות גבוה ממספר המכוניות הפרטיות - לא מתאים X

פסלנו את תשובות (2), (3) ו-(4), לכן תשובה (1) היא התשובה הנכונה ✓

תשובה (1).

שאלה 10 - הסקה מטבלה

השאלה: בשנת 2015, מה היה בקירוב אחוז האופנועים מסך כלי הרכב בתל אביב?

פיתרון:

נתונים מהטבלה לשנת 2015:

- אופנועים: 15,000
- סך כל כלי הרכב הממונעים: 202,100

גישה: מכיוון שמבקשים בקירוב, נעגל את המספרים כדי להקל על החישוב.

נעגל את סך כל כלי הרכב ל-200,000:

$$7.5\% = \frac{7.5}{100} = \frac{15}{200} = \frac{15,000}{200,000}$$

תשובה (2).

שאלה 11 - הסקה מטבלה

השאלה: בשנת 2019 נסעו 52 מיליון נוסעים באוטובוסים זעירים בתל אביב. כמה נוסעים בממוצע נסעו בשבוע בכל אוטובוס זעיר בשנה זו (יש 52 שבועות בשנה)?

פיתרון:

נתונים:

- מספר אוטובוסים זעירים ב-2019 (מהטבלה): 2,000
- סה"כ נוסעים בשנה: 52 מיליון
- מספר שבועות בשנה: 52

שימו לב: גם מספר הנוסעים (במיליונים) וגם מספר השבועות שווים ל-52, מה שמפשט את החישוב!

שלב 1: מספר נוסעים בשבוע (סה"כ)

$$52 \div 52 = 1 \text{ מיליון נוסעים בשבוע}$$

שלב 2: מספר נוסעים בשבוע לכל אוטובוס

$$1,000,000 \div 2,000 = 500 \text{ נוסעים לאוטובוס בשבוע}$$

תשובה (3).



שאלה 12 - הסקה מטבלה (בעיית חפיפה)

השאלה: $\frac{1}{8}$ מסך כלי הרכב הממונעים בתל אביב בשנת 2016 היו אדומים. נסמן את מספר המכוניות הפרטיות האדומות בתל אביב בשנה זו ב- y . איזה מהטווחים הבאים הוא הטווח שבו נמצאים כל הערכים האפשריים של y ?

פיתרון:

גישה: עלינו למצוא את טווח הערכים האפשריים עבור y , שהוא מספר המכוניות הפרטיות האדומות. לפנינו שאלת חפיפה: הקבוצה השלמה היא סך כל כלי הרכב הממונעים בעיר בשנת 2016, ותתי-הקבוצות הן קבוצת כל המכוניות הפרטיות וקבוצת כל כלי הרכב האדומים.

נתונים מהטבלה לשנת 2016:

- סך כל כלי הרכב הממונעים: 208,000
- מכוניות פרטיות: 128,900

שלב 1: חישוב מספר כלי הרכב האדומים

$$\frac{208,000}{8} = 26,000 \text{ כלי רכב אדומים}$$

שלב 2: מציאת הטווח של y (החפיפה בין הקבוצות)

- **חפיפה מקסימלית:** שווה לגודל תת-הקבוצה הקטנה מבין השתיים, כלומר 26,000.

- **חפיפה מינימלית:** סכום תתי הקבוצות (26,000 + 128,900) קטן מ-208,000 (הסך הכולל של כלי הרכב בעיר), ולכן כאשר נחשב את החפיפה המינימלית נקבל תוצאה שלילית. המשמעות היא שהחפיפה המינימלית שווה לאפס.

$$0 \leq y \leq 26,000 \text{ לכן הטווח הוא:}$$

תשובה (4).

שאלה 13 - גיאומטריה במעגל

השאלה: רדיוס המעגל שבסרטוט הוא r . לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט, $AB^2 + BD^2 + AC^2 + CD^2 = ?$

פיתרון:

תובנה מפתח: זווית היקפית הנשענת על קוטר היא בת 90° . מכיוון שבסרטוט זווית $ABC = 90^\circ$ וזווית $ADC = 90^\circ$, הרי ש- AC הוא קוטר המעגל.

שלב 1: אורך הקוטר

$$AC = 2r$$

שלב 2: משפט פיתגורס בשני המשולשים

במשולש ABC (ישר זווית ב- B):

$$AB^2 + BC^2 = 4r^2$$

במשולש ADC (ישר זווית ב- D):

$$AD^2 + CD^2 = 4r^2$$

שלב 3: חיבור

השאלה מבקשת את הביטוי $AB^2 + BD^2 + AC^2 + CD^2$, שהוא בדיוק סכום ריבועי הניצבים בשני המשולשים:

$$4r^2 + 4r^2 = 8r^2$$

תשובה (4).



שאלה 14 - ישרים מקבילים

השאלה: בסרטוט שלפניכם שלושה ישרים a , b ו- c - ישר רביעי m החותך אותם. לפי הנתונים שבסרטוט, איזו מהטענות הבאות נכונה?

פיתרון:

תזכורת: שני ישרים מקבילים אם ורק אם ישר חותך יוצר זווית מתאימות שוות. זווית מתאימות הן זוויות שנמצאות באותו צד של הישר החותך.

בדיקת תשובה (1): a מקביל ל- b

הזווית 88° ליד a נמצאת מימין לישר a .

הזווית 88° ליד b נמצאת משמאל לישר b .

אלו אינן זוויות מתאימות, לכן a ו- b אינם מקבילים. ✗

בדיקת תשובה (2): a מקביל ל- c

הזווית המתאימה לזווית 88° של a (מימין) היא הזווית שממין לישר c .

הזווית הצמודה ל- 92° היא: $180^\circ - 92^\circ = 88^\circ$

הזוויות המתאימות שוות (88°), לכן a ו- c מקבילים. ✓

תשובה (2).

שאלה 15 - בעיית מילים

השאלה: בחווה כלשהי החיטה מאוחסנת בשלושה אסמים: א, ב ו-ג. הקיבולת של אסם א גדולה פי 2 מזו של אסם ב, והקיבולת של אסם ג שווה לקיבולת של אסם א ו-ב יחדיו. ביום כלשהו היו אסמים א ו-ב מלאים, ואילו אסם ג היה ריק. העבירו $\frac{1}{2}$ מכמות החיטה שהייתה באסם א ו- $\frac{1}{3}$ מכמות החיטה שהייתה באסם ב לתוך אסם ג. איזה חלק של אסם ג התמלא?

פיתרון:

גישה: נציב מספרים נוחים לקיבולות האסמים. נבחר קיבולת לאסם ב שנוחה לחלק ב-2 וב- $\frac{1}{3}$.

שלב 1: בחירת קיבולות

נניח שקיבולת אסם ב = 6

• קיבולת אסם א = 12 (פי 2 מ-ב)

• קיבולת אסם ג = 18 = 12 + 6 (סכום א ו-ב)

שלב 2: חישוב כמות החיטה שהועברה

• מאסם א הועבר: $\frac{1}{2} \times 12 = 6$

• מאסם ב הועבר: $\frac{1}{3} \times 6 = 2$

סה"כ הועבר לאסם ג: $6 + 2 = 8$

שלב 3: איזה חלק מאסם ג התמלא?

$$\frac{4}{9} = \frac{8}{18}$$

תשובה (4).



שאלה 16 - בעיית ספירה

השאלה: בקיוסק נמכרים ממתקים משלושה סוגים: מסטיקים (1 ש"ח), סוכריות (2 ש"ח) וחפיסות שוקולד (11 ש"ח). דניאל מעוניין להרכיב "חבילת הפתעה" שמחירה 21 ש"ח ובה לפחות ממתק אחד מכל סוג. בכמה דרכים יוכל דניאל להרכיב את חבילת ההפתעה?

פיתרון:

שלב 1: מחיר המינימום

$$\text{מסטיק} + \text{סוכריה} + \text{שוקולד} = 14 = 1 + 2 + 11 \text{ ש"ח}$$

$$\text{נשאר לנצל: } 21 - 14 = 7 \text{ ש"ח}$$

תובנה: מכיוון ששוקולד עולה 11 ש"ח וזה יותר מ-7 ש"ח, דניאל לא יוכל לקנות חפיסת שוקולד נוספת. נספור בכמה דרכים ניתן לחלק את 7 השקלים בין מסטיקים וסוכריות.

שלב 2: ספירה מסודרת לפי מספר הסוכריות הנוספות

- 0 סוכריות נוספות → כל 7 השקלים למסטיקים = 7 מסטיקים ✓
- 1 סוכריה נוספת (עלות 2 ש"ח) → נשאר $7 - 2 = 5$ ש"ח = 5 מסטיקים ✓
- 2 סוכריות נוספות (עלות 4 ש"ח) → נשאר $7 - 4 = 3$ ש"ח = 3 מסטיקים ✓
- 3 סוכריות נוספות (עלות $2 \cdot 3 = 6$ ש"ח) → נשאר $7 - 6 = 1$ ש"ח = 1 מסטיק ✓
- 4 סוכריות נוספות (עלות 8 ש"ח) → יותר מ-7 ש"ח, לא אפשרי ✗

סה"כ 4 דרכים.

תשובה (4).

שאלה 17 - עצרות

השאלה: הממוצע של $8!$ ו- $10!$ הוא -

פיתרון:

$$\text{ממוצע של שני מספרים} = \frac{8! + 10!}{2}$$

תובנה: נוציא גורם משותף $8!$ מהמונה.

$$10! = 10 \cdot 9 \cdot 8!$$

שלב 1: הוצאת גורם משותף

$$8! \cdot 91 = 8!(1 + 90) = 8! + 10! = 8! + 10 \cdot 9 \cdot 8!$$

שלב 2: חישוב הממוצע

$$\frac{8! \cdot 91}{2}$$

תשובה (4).

שאלה 18 - חלוקות והצבת דוגמה מספרית

השאלה: נתון: x הוא מספר המתחלק ב-6, $x \neq 6$. איזו מן הטענות הבאות נכונה בהכרח?

פיתרון:

גישה: בשאלות "נכון בהכרח" מספיק למצוא דוגמה נגדית אחת כדי לפסול תשובה. נבדוק עם מספרים המתחלקים ב-6: 0, 12, 18, ...

תשובה (1): $(x + 1)$ מתחלק ב-2

אם x מתחלק ב-6, אז x זוגי, לכן $x + 1$ אי-זוגי ולא מתחלק ב-2. ✗

תשובה (2): $(x^2 - 9)$ מתחלק ב-5

דוגמה נגדית: $x = 0$: $0^2 - 9 = -9$, לא מתחלק ב-5. ✗

תשובה (3): $(x - 4)$ מתחלק ב-4

דוגמה נגדית: $x = 18$: $18 - 4 = 14$, לא מתחלק ב-4. ✗

תשובה (4): x^2 מתחלק ב-4

אם x מתחלק ב-6, אז x מתחלק ב-2, כלומר $x = 2k$ לשלם k כלשהו.

לכן $x^2 = 4k^2$, שמתחלק ב-4. **תמיד נכון!** ✓

תשובה (4).

שאלה 19 - גיאומטריה במרחב (פירמידה)

השאלה: נתונה פירמידה שבסיסה ריבוע ופאותיה משולשים שוו-צלעות. שטח הפנים של הפירמידה הוא $1 + \sqrt{3}$ סמ"ר. מה אורך מקצוע של הפירמידה?

פיתרון:

תובנה: מכיוון שהפאות הן משולשים שוו-צלעות וצלע אחת של כל משולש היא צלע הריבוע, כל המקצועות שווים באורכם. נסמן את אורך המקצוע ב- a .

שלב 1: זיהוי הפאות

הפירמידה מורכבת מבסיס ריבוע ו-4 משולשים שוו-צלעות.

שלב 2: חישוב שטח הפנים

- שטח הריבוע: a^2
- שטח משולש שווה-צלעות: $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$
- שטח 4 משולשים: $4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \sqrt{3} \cdot a^2$

שטח פנים כולל: $a^2 + \sqrt{3} \cdot a^2$

שלב 3: מציאת a

נוציא a^2 כגורם משותף: $a^2(1 + \sqrt{3})$

לפי הנתון: $a^2(1 + \sqrt{3}) = 1 + \sqrt{3}$

נחלק את שני האגפים ב- $(1 + \sqrt{3})$ ונקבל: $a^2 = 1$

לכן: $a = 1$

תשובה (1).

שאלה 20 - פעולות והפונקציה ההפוכה

השאלה: לכל x חיובי הפעולה \$ מוגדרת כך: $\$(x) = (x + 1)^2$. הפעולה # היא הפעולה ההפוכה, ולכל x היא מקיימת את השוויון $\#(\$(x)) = x$. מהי הפעולה #?

פיתרון:

מהי פעולה הפוכה? אם הפעולה \$ לוקחת מספר x ומחזירה תוצאה y , אז הפעולה ההפוכה # צריכה לקחת את התוצאה y ולהחזיר את המספר המקורי x .
כלומר: אם $\$(x) = (x + 1)^2$, אז $\#(y) = x$.

שלב 1: בידוד x מתוך המשוואה

$$y = (x + 1)^2$$

נוציא שורש משני האגפים (מכיוון ש- x חיובי, גם $x + 1$ חיובי):

$$\sqrt{y} = x + 1$$

נחסר 2 משני האגפים:

$$x = \sqrt{y} - 1$$

שלב 2: הפעולה ההפוכה

מצאנו ש- $x = \sqrt{y} - 1$, לכן הפעולה ההפוכה היא: $\#(y) = \sqrt{y} - 1$

בדיקה עם דוגמה מספרית:

$$2 = x$$

$$\$(2) = (2 + 1)^2 = 9$$

הפעולה ההפוכה צריכה להחזיר את 2:

$$\checkmark \#(9) = \sqrt{9} - 1 = 3 - 1 = 2$$

תשובה (4).

