

מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(2)	(2)	(4)	(3)	(3)	(1)	(3)	(4)	(1)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(1)	(1)	(4)	(1)	(2)	(1)	(4)	(1)	(4)	(4)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-16)

שאלה 1 - בעיה מילולית

השאלה:

חתול בוגר אוכל 1 ק"ג מזון בשבועיים. גור חתולים אוכל מחצית מכמות המזון שאוכל חתול בוגר. כמה ק"ג מזון אוכל גור חתולים בשבוע?

פתרון:

שלב א': חישוב כמות המזון שחתול בוגר אוכל בשבוע.
חתול בוגר אוכל 1 ק"ג בשבועיים, כלומר $\frac{1}{2}$ ק"ג בשבוע.

שלב ב': חישוב כמות המזון שגור חתולים אוכל בשבוע.
גור חתולים אוכל מחצית מחתול בוגר:
 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ק"ג בשבוע

גור חתולים אוכל $\frac{1}{4}$ ק"ג מזון בשבוע.

תשובה (4).

שאלה 2 - גיאומטריה

השאלה:

ABC הוא משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים. ADEF הוא ריבוע.
אורך הקטע DB שווה להיקף הריבוע ADEF.
מהו היחס בין שטח הריבוע ADEF לשטח המשולש ABC?

פתרון:

שלב א': הגדרת משתנה
נסמן את צלע הריבוע ב-a.

שלב ב': חישוב אורכי הצלעות
היקף הריבוע $4a$
לפי הנתון, DB = היקף הריבוע $4a$
AD = a (צלע הריבוע)
 $AB = AD + DB = a + 4a = 5a$
מכיוון שהמשולש שווה שוקיים, $5a = AC = AB$

שלב ג': חישוב השטחים
שטח הריבוע a^2
שטח המשולש $\frac{AB \times AC}{2} = \frac{5a \times 5a}{2} = \frac{25a^2}{2}$

שלב ד': חישוב היחס
 $\frac{a^2}{\frac{25a^2}{2}} = a^2 \times \frac{2}{25a^2} = \frac{2}{25}$

היחס בין שטח הריבוע לשטח המשולש הוא $\frac{2}{25}$.

תשובה (2).



שאלה 3 - אלגברה

השאלה:

נתון: $(x + 3)^2 = x^2 - 3$
 $x = ?$

פתרון:

נפתח את אנף שמאל לפי נוסחת הכפל המקוצר הראשונה: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 $x^2 + 6x + 9 = x^2 - 3$

נחסר משני האגפים:
 $6x + 9 = -3$

נחסר 9 משני האגפים:
 $6x = -12$

נחלק ב-6:
 $x = -2$

תשובה (2).

שאלה 4 - גיאומטריה

השאלה:

a ו-b הם שני ישרים החותכים זה את זה.
 נתון: $\beta = \gamma$
 $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\gamma}{\alpha} = ?$

זוויות קודקודיות: כאשר שני ישרים נחתכים, נוצרים שני זוגות של זוויות קודקודיות (זוויות שנמצאות אחת מול השנייה). זוויות קודקודיות תמיד שוות זו לזו.
 בשרטוט, α ו- β הן זוויות קודקודיות, ולכן: $\alpha = \beta$

פתרון:

שלב א': מציאת הקשר בין הזוויות
 נתון: $\beta = \gamma$
 מזוויות קודקודיות: $\alpha = \beta$
 לכן: $\alpha = \gamma + \gamma = 2\gamma$
 וגם: $\alpha = \beta + \beta = 2\beta$

שלב ב': חישוב הביטוי
 $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{2\beta}{\beta} + \frac{\gamma}{2\gamma} = 2 + \frac{1}{2} = 2.5$

תשובה (4).

שאלה 5 - אלגברה

השאלה:

נתון:

$$x + y = -2$$

$$|x - y| = 2$$

$$x \cdot y = ?$$

פתרון:

ערך מוחלט: אם $|x - y| = 2$, אז $x - y = 2$ או $x - y = -2$. נבדוק את שני המקרים.

מקרה 1:

$$x + y = -2$$

$$x - y = 2$$

נחבר את המשוואות:

$$(x + y) + (x - y) = -2 + 2$$

$$2x = 0$$

אם $x = 0$, המכפלה $x \cdot y$ בהכרח שווה ל-0.

מקרה 2:

$$x + y = -2$$

$$x - y = -2$$

נחבר את המשוואות:

$$(x + y) + (x - y) = -2 + (-2)$$

$$2x = -4$$

נציב במשוואה הראשונה: $-2 + y = -2$, כלומר $y = 0$

אם $y = 0$, המכפלה $x \cdot y$ בהכרח שווה ל-0.

בשני המקרים $x \cdot y = 0$

תשובה (3).

שאלה 6 - גיאומטריה

השאלה:

במערכת הצירים שלפניכם מתומן שערכי קודקודיו הם מספרים שלמים. מה שטח המתומן?

פתרון:

אין לנו נוסחה פשוטה לחישוב שטח מתומן, לכן נחפש צורה קלה יותר לעבוד איתה.

אם נסתכל על השרטוט, נראה שהמתומן הוא בעצם ריבוע 3×3 שחתכו לו את 4 הפינות. כל פינה היא משולש ישר-זווית עם ניצבים באורך 1.

לכן שטח המתומן = שטח הריבוע פחות סכום שטחי המשולשים.

שטח הריבוע:

$$3 \times 3 = 9$$

שטח כל משולש פינתי:

$$\frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

שטח 4 הפינות:

$$4 \times \frac{1}{2} = 2$$

שטח המתומן:

$$9 - 2 = 7$$

תשובה (3).



שאלה 7 - בעיה מילולית

השאלה:

ברכה מולאה במים עד $\frac{3}{5}$ מנפחה.
לאחר שנשאבו ממנה 21 מ"ק של מים, מילאו המים הנותרים רק $\frac{1}{4}$ מנפח הברכה.
מה נפח הברכה (במ"ק)?

פתרון:

נסמן את נפח הברכה ב-V.

בהתחלה הברכה מכילה: $\frac{3}{5}V$ מים

לאחר השאיבה נשארו: $\frac{3}{5}V - 21$ מים

לפי הנתון, זה שווה ל- $\frac{1}{4}V$:

$$\frac{3}{5}V - 21 = \frac{1}{4}V$$

נעביר אגפים:

$$\frac{3}{5}V - \frac{1}{4}V = 21$$

נמצא מכנה משותף (20):

$$\frac{12}{20}V - \frac{5}{20}V = 21$$

$$\frac{7}{20}V = 21$$

נחלק ב-7:

$$\frac{1}{20}V = 3$$

נכפיל ב-20:

$$V = 60$$

נפח הברכה הוא 60 מ"ק.

תשובה (1).

שאלה 8 - פעולה מוגדרת

השאלה:

הפעולה \$ מוגדרת לכל שני מספרים שלמים x ו-y כך: $\$(x, y) = 2(x - y)$
a, b ו-c הם שלושה מספרים עוקבים, $a < b < c$.
 $\$(\$(a, b), \$(b, c)) = ?$

פתרון:

מאחר שניתנו לנו 4 תשובות מספריות ולא נשאלנו האם יש תשובה שהיא בהכרח נכונה, מספיקה הצבת סט ערכים אחד כדי להגיע לתשובה.

נבחר $a = 1, b = 2, c = 3$ (שלושה עוקבים).

$$\$(a, b) = \$(1, 2) = 2(1 - 2) = 2 \times (-1) = -2$$

$$\$(b, c) = \$(2, 3) = 2(2 - 3) = 2 \times (-1) = -2$$

$$\begin{aligned} \$(\$(a, b), \$(b, c)) &= \$(-2, -2) = 2((-2) - (-2)) \\ &= 2((-2) + 2) = 2 \times 0 = 0 \end{aligned}$$

תשובה (3).

שאלה 9 - אלגברה

השאלה:

נתון: $\sqrt{x} = 2\sqrt{y}$, $x > 0$, $y > 0$.
 $x^2 = ?$

פתרון:

נעלה בריבוע את שני האגפים:

$$(\sqrt{x})^2 = (2\sqrt{y})^2$$

$$x = 4y$$

נעלה שוב בריבוע:

$$x^2 = (4y)^2 = 16y^2$$

תשובה (4).

שאלה 10 - התחלקות

השאלה:

נתון: X מתחלק ב-10 וב-15.
 באיזה מהמספרים הבאים X מתחלק בהכרח?

פתרון:

נחפש מספר שמתחלק גם ב-10 וגם ב-15. המספר הראשון שעולה בראש הוא $10 \times 15 = 150$, אבל ל-150 יש גורמים רבים נוספים חוץ מ-10 ו-15, ולכן הוא יתחלק במספרים ש-X לא בהכרח מתחלק בהם.

נחפש כפולה קטנה יותר של 15 שמתחלקת גם ב-10:

15 - לא מתחלק ב-10.

30 - מתחלק ב-10. ✓

נציב $X = 30$ ונבדוק את התשובות:

תשובה (1): $30 \div 6 = 5$ ✓

תשובה (2): 30 לא מתחלק ב-20. ✗

תשובה (3): 30 לא מתחלק ב-25. ✗

תשובה (4): 30 קטן מ-50, ואינו מתחלק בו. ✗

רק 6 מחלק את 30.

תשובה (1).

שאלה 11 - בעיה מילולית

השאלה:

אלון, ברוך, גליה ודנה הכינו מטוסים מנייר.
מספר המטוסים של ברוך שווה למספר המטוסים של גליה ודנה יחד.
אם נפחית ממספר המטוסים של אלון את מספר המטוסים של גליה, עדיין יהיו לאלון יותר מטוסים מדנה.
איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

פתרון:

נתרגם את הנתונים:

(נשתמש במילה "פחות" במקום הסימן מינוס לנוחות הקריאה)

נתון 1: $\text{ברוך} = \text{גליה} + \text{דנה}$
נתון 2: $\text{אלון פחות גליה} < \text{דנה}$

נסיק מהנתון השני:

אלון פחות גליה < דנה
נוסיף את גליה לשני האגפים:
 $\text{אלון} < \text{גליה} + \text{דנה}$

נשתמש בנתון הראשון:

מכיוון שברוך = גליה + דנה, נקבל:
 $\text{אלון} < \text{ברוך}$

כלומר לאלון יש יותר מטוסים מברוך.

תשובה (1).

שאלה 12 - חשיבה מרחבית

השאלה:

קופסת גפרורים בצורת תיבה הונחה על שולחן.
אלישבע גלגלה את הקופסה על גבי השולחן בכמה שלבים: בכל שלב היא סובבה את הקופסה כך שאחד ממקצועותיה נשאר במקום.
הסרטוט מתאר את חמשת המצבים שהקופסה עברה בהם, במבט מהצד.
A היא הנקודה שהייתה בפינה השמאלית התחתונה של הקופסה במצב ההתחלתי.
באותו מבט מהצד, מה היה מקומה של נקודה A במצב הסופי?

פתרון:

בסרטוט רואים 5 מצבים, כלומר הקופסה עברה 4 סיבובים.

נעקוב אחרי נקודה A:

מצב התחלתי: A בפינה השמאלית התחתונה.
סיבוב 1: A עוברת לפינה השמאלית העליונה.
סיבוב 2: A עוברת לפינה הימנית העליונה.
סיבוב 3: A עוברת לפינה הימנית התחתונה.
סיבוב 4: A עוברת לפינה השמאלית התחתונה.

אחרי 4 סיבובים, נקודה A חוזרת למיקום ההתחלתי - הפינה השמאלית התחתונה.

תשובה (1).

שאלה 13 - בעיה מילולית

השאלה:

בכל בוקר מודדים את גובה השלג שנערם באתר סקי כלשהו.
בבוקר יום ראשון בשבוע כלשהו היה גובה השלג 100 ס"מ. בכל יום בשבוע זה ירד גובה השלג ל- $\frac{1}{3}$ מגובהו במדידה הקודמת.
בבוקר איזה יום נמדד לראשונה גובה שלג הקטן מ-5 ס"מ?

פתרון:

נחשב את גובה השלג בכל בוקר:

נשים לב: $5 = \frac{100}{20}$, לכן כשנגיע למכנה הגדול מ-20, נדע שהמספר קטן מ-5.

יום ראשון: 100 ס"מ (נתון).

יום שני: $100 \times \frac{1}{3} = \frac{100}{3}$

יום שלישי: $\frac{100}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{100}{9}$

יום רביעי: $\frac{100}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{100}{27}$
המכנה 27 גדול מ-20, לכן הגענו למספר הקטן מ-5.

לכן ביום רביעי נמדד לראשונה גובה שלג הקטן מ-5 ס"מ.

תשובה (4).

שאלה 14 - הסתברות

השאלה:

בשק 9 כדורים: 8 כדורי כסף וכדור זהב אחד.
ירון שולף באקראי 2 כדורים מהשק בזה אחר זה ומניח אותם על השולחן.
מה הסיכוי שאחד משני הכדורים שעל השולחן יהיה כדור הזהב?

פתרון:

יש שתי אפשרויות שבהן כדור הזהב יהיה על השולחן:

אפשרות 1: כדור הזהב נשלף ראשון

הסיכוי לשלוף את כדור הזהב בשליפה הראשונה הוא $\frac{1}{9}$ (כדור זהב אחד מתוך 9 כדורים).

אפשרות 2: כדור הזהב נשלף שני

כדי שכדור הזהב יישלף שני, צריכים לקרות שני דברים: קודם שולפים כדור כסף, ואז שולפים את כדור הזהב.

כאשר יש לנו שני מאורעות שצריכים לקרות אחד אחרי השני, אנחנו כופלים את ההסתברויות שלהם.

הסיכוי לשלוף כדור כסף בשליפה הראשונה: $\frac{8}{9}$ (8 כדורי כסף מתוך 9 כדורים).

הסיכוי לשלוף את כדור הזהב בשליפה השנייה: $\frac{1}{8}$ (כדור זהב אחד מתוך 8 כדורים שנותרו בשק).

הסיכוי לאפשרות 2: $\frac{8}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{8}{72} = \frac{1}{9}$

סה"כ:

כעת יש לנו שתי אפשרויות נפרדות, ואנחנו רוצים לדעת מה הסיכוי שתתרחש אחת מהן (לא משנה איזו). כאשר מחשבים סיכוי לאחת מבין כמה אפשרויות נפרדות, אנחנו מחברים את ההסתברויות שלהן.

$\frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$

תשובה (1).

שאלה 15 - גיאומטריה

השאלה:

משושה משוכלל חוסם מעגל שרדיוסו r .
מה אורך הצלע של המשושה?

משולש זהב הוא משולש ישר-זווית עם זוויות 30° , 60° , 90° . יחסי הצלעות בו הם $1 : \sqrt{3} : 2$ (מול הזוויות 30° , 60° , 90° בהתאמה).

פתרון:

נסמן את צלע המשושה ב- a .

נמתח קווים משני הקודקודים העליונים של המשושה אל מרכז המעגל. בכך נקבל משולש שווה-צלעות עם צלע a (הזווית המרכזית היא $60^\circ = \frac{360^\circ}{6}$).

נוריד גובה מאמצע הצלע העליונה של המשושה אל מרכז המעגל. גובה זה שווה ל- r , מכיוון שהמעגל חסום במשושה ונוגע בצלעות שלו, כלומר המרחק ממרכז המעגל לכל צלע שווה לרדיוס.

הגובה מחלק את המשולש שווה-הצלעות לשני משולשי זהב. נזהה את הזוויות במשולש הזהב:

30° - הזווית המרכזית נחתכה לשניים: $30^\circ = \frac{60^\circ}{2}$
 90° - הזווית בין הגובה לצלע המשושה (הגובה מאונך לצלע)
 60° - הזווית בקודקוד המשושה

במשולש שלנו:

הניצב הקצר (מול 30°) $\frac{a}{2}$ (חצי מהבסיס)
 הניצב הארוך (מול 60°) r (הגובה)

לפי יחסי הצלעות במשולש זהב:

$$r = \frac{a}{2} \times \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

נבודד את a :

נכפיל ב-2:

$$2r = a\sqrt{3}$$

נחלק ב- $\sqrt{3}$:

$$a = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

תשובה (2).



שאלה 16 - אלגברה

השאלה:

סכום של n מספרים ($n \geq 3$) גדול ב- x מהמוצע שלהם.
מהו סכום המספרים?

פתרון:

נסמן את הסכום ב- S .

המוצע של n מספרים שווה לסכום שלהם חלקי כמות המספרים, כלומר $\frac{S}{n}$.

לפי הנתון, הסכום גדול ב- x מהמוצע:

$$S = \frac{S}{n} + x$$

נפתור:

$$S - \frac{S}{n} = x$$

$$S \left(1 - \frac{1}{n}\right) = x$$

$$S \cdot \frac{n-1}{n} = x$$

נבודד את S :

המקדם של S הוא $\frac{n-1}{n}$. נכפיל את שני האגפים בהופכי שלו, כלומר ב- $\frac{n}{n-1}$:

$$S = x \cdot \frac{n}{n-1} = \frac{nx}{n-1}$$

תשובה (1).

הסקה מתרשים (שאלות 17-20)

שאלה 17 - הסקה מתרשים - אחוזים

השאלה: נתון: בתום חודש 2 לניסוי חוו 1,200 מהמטופלים תופעת לוואי של קשקשים. כמה מטופלים השתתפו בניסוי סך הכול?

פתרון:

התרשים מורכב משני גרפים:

- **הגרף העליון** מציג את שיעור המטופלים שחוו כל השפעה (שיפור, הרעה, או קשקשים) מתוך כלל המשתתפים בניסוי.
- **הגרף התחתון** מציג את שיעור המטופלים שחוו השפעה **מרובה**, מתוך אלה שחוו את אותה השפעה (כלומר, תת-קבוצה של המושפעים).

מכיוון שהשאלה מבקשת למצוא את כלל המשתתפים בניסוי, יש להשתמש בגרף העליון, שם האחוזים מתייחסים לכלל המשתתפים.

מהגרף העליון ניתן לקרוא כי בתום חודש 2 לניסוי, 20% מכלל המשתתפים חוו קשקשים (הקו האפור).

20% הם חמישית ($\frac{1}{5}$). מכיוון שחמישית מכלל המשתתפים הם 1,200 מטופלים, הרי שכדי למצוא את כלל המשתתפים יש להכפיל ב-5:

$$1,200 \cdot 5 = 6,000$$

סך הכול 6,000 מטופלים השתתפו בניסוי.

תשובה (4).

שאלה 18 - הסקה מתרשים - אחוזים, השוואה

השאלה: בכמה מהחודשים היה מספר המטופלים שחוו שיפור מרובה שווה למספר המטופלים שחוו שיפור מועט?

פתרון:

הגרף התחתון מציג את שיעור המטופלים שחוו השפעה **מרובה** מתוך אלה שחוו את אותה השפעה.

המונח "השפעה מועטה" לא מופיע במפורש בגרף, אך ניתן לחשב אותו: מי שחווה השפעה מסוימת (למשל שיפור) אך **לא** נכלל בקבוצת ה"מרובה" - נחשב כמי שחווה השפעה **מועטה**.

לדוגמה: אם בחודש מסוים הגרף התחתון מראה ש-30% מהחווים שיפור חוו שיפור מרובה, אז 70% הנותרים חוו שיפור מועט (כי יחד הם מהווים 100% מהחווים שיפור).

כדי שמספר המטופלים שחוו שיפור מרובה יהיה **שווה** למספר המטופלים שחוו שיפור מועט, צריך שכל קבוצה תהווה בדיוק חצי מכלל החווים שיפור, כלומר 50%.

יש לבדוק בכמה חודשים הקו הרציף השחור (שיפור) בגרף התחתון נמצא בדיוק ב-50%.

מהגרף התחתון ניתן לראות כי הקו הרציף השחור חותך את קו ה-50% רק בחודש 9.

לכן רק בחודש **אחד** היה מספר המטופלים שחוו שיפור מרובה שווה למספר המטופלים שחוו שיפור מועט.

תשובה (1).

שאלה 19 - הסקה מתרשים - שילוב נתונים משני גרפים

השאלה: מכלל המשתתפים, מהו שיעור המטופלים שחוו שיפור מרובה בנשירה בסוף חודש 3?

פתרון:

שאלה זו דורשת שילוב של נתונים משני הגרפים:

- הגרף העליון נותן את שיעור החווים שיפור **מכלל המשתתפים**.
- הגרף התחתון נותן את שיעור החווים שיפור מרובה **מתוך החווים שיפור**.

מכיוון שהשאלה מבקשת את שיעור החווים שיפור מרובה **מכלל המשתתפים**, עלינו לחשב כמה זה 30% (שיעור השיפור המרובה) מתוך 20% (שיעור החווים שיפור מכלל המשתתפים).

שלב 1 - קריאה מהגרף העליון:
בחודש 3, 20% מכלל המשתתפים חוו שיפור.

שלב 2 - קריאה מהגרף התחתון:
בחודש 3, 30% מהחווים שיפור חוו שיפור מרובה.

שלב 3 - חישוב:
יש לחשב כמה זה 30% מתוך 20%. נחפש מספר שקל לעבוד איתו:
10% מתוך 20% זה עשירית מ-20%, כלומר 2%.
נכפיל ב-3 כדי להגיע ל-30% מתוך 20%:
 $2\% \times 3 = 6\%$
6% מכלל המשתתפים חוו שיפור מרובה בנשירה בסוף חודש 3.

תשובה (4).

שאלה 20 - הסקה מתרשים

השאלה: מה ניתן להסיק בוודאות על סמך הנתונים בגרפים?

פתרון:

שימו לב: הנשירה מיוצגת בגרפים על ידי הקו המקווקו.

בשאלות מסוג זה יש לבדוק כל תשובה ולראות אם היא מתאימת עם כל הנתונים בגרפים.

תשובה (1): יש משתתף שחוזה הרעה מרובה בנשירה בסוף כל אחד מחודשי הניסוי

לא נכון. בסוף חודש 1 אף מטופל לא חווה הרעה בנשירה כלל. בנוסף, בסוף חודש 9 היו מטופלים שחוזה הרעה בנשירה, אך אף אחד מהם לא חווה הרעה מרובה.

תשובה (2): יש משתתף שסבל מקשקשים במידה מועטה בסוף חודש 5 לניסוי

לא נכון. בסוף חודש 5 אף מטופל לא סבל מקשקשים כלל.

תשובה (3): יש משתתף שחוזה הרעה מועטה בנשירה בסוף חודש 1 לניסוי

לא נכון. בסוף חודש 1 לא הייתה הרעה בנשירה כלל.

תשובה (4): יש משתתף שחוזה שיפור מרובה בנשירה בסוף כל אחד מחודשי הניסוי ✓

אפשרי! מהגרפים ראינו שבכל חודש (מ-1 עד 9) יש שיעור חיובי של מטופלים שחוזה שיפור מרובה בנשירה. לכן, ייתכן שיש משתתף שחוזה זאת בכל החודשים - בניגוד לתשובות האחרות שהן בלתי אפשריות.

תשובה (4).

