

מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(1)	(2)	(1)	(3)	(2)	(2)	(3)	(2)	(4)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(2)	(3)	(3)	(4)	(3)	(1)	(4)	(3)	(3)	(4)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-7)

שאלה 1 - שורשים

השאלה

$$? = \sqrt{12} + \sqrt{27}$$

פתרון - דרך א'

העיקרון המרכזי: כדי לחבר שורשים, צריך קודם לפשט אותם לצורה של מכפלת מספר בשורש.

שלב 1: פישוט $\sqrt{12}$

מכיוון ש- $12 = 4 \times 3$, ו-4 הוא מספר ריבועי (2^2), נקבל:

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

שלב 2: פישוט $\sqrt{27}$

מכיוון ש- $27 = 9 \times 3$, ו-9 הוא מספר ריבועי (3^2), נקבל:

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

שלב 3: חיבור

עכשיו שני השורשים באותה "צורה" - מכפלה של מספר ב- $\sqrt{3}$, ולכן אפשר לחבר:

$$2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

דרך ב' - הוצאת גורם משותף

רעיון מרכזי: כאשר יש חיבור או חיסור של שורשים, כדאי לחשוב על הוצאת גורם משותף. במקרה הזה, שני המספרים מתחלקים ב-3, ולכן הגורם המשותף הוא $\sqrt{3}$.

מכיוון ש-12 מתחלק ב-3 (ומתקבל 4) וגם 27 מתחלק ב-3 (ומתקבל 9), אפשר להוציא $\sqrt{3}$ כגורם משותף:

$$\sqrt{12} + \sqrt{27} = \sqrt{3}(\sqrt{4} + \sqrt{9}) = \sqrt{3}(2 + 3) = 5\sqrt{3}$$

תשובה

תשובה (1)



שאלה 2 - שטח ריבוע

השאלה

במערכת הצירים ריבוע שקודקודיו על הצירים בנקודות $(0, 1)$, $(1, 0)$, $(0, -1)$, $(-1, 0)$. מה שטח הריבוע?

פתרון - דרך א': חישוב צלע הריבוע

שלב 1: זיהוי המשולשים

הריבוע מחולק ל-4 משולשים ישרי זווית. הניצבים של כל משולש הם על הצירים, ואורך כל ניצב הוא 1.

מכיוון ששני הניצבים שווים, מדובר במשולש שווה-שוקיים ישר זווית - משולש $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$.

תזכורת: במשולש $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$, היתר גדול פי $\sqrt{2}$ מהניצב.

שלב 2: חישוב צלע הריבוע

היתר של המשולש הוא צלע הריבוע:

$$1 \times \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

שלב 3: חישוב השטח

מכיוון ששטח ריבוע שווה לצלע בריבוע:

$$(\sqrt{2})^2 = 2$$

דרך ב': מכפלת אלכסונים

נוסחה: שטח מעוין (וריבוע הוא מקרה פרטי של מעוין) שווה למכפלת האלכסונים חלקי 2.

האלכסונים של הריבוע הם:

• אלכסון אנכי: מ- $(0, -1)$ עד $(0, 1) \rightarrow$ אורך 2

• אלכסון אופקי: מ- $(-1, 0)$ עד $(1, 0) \rightarrow$ אורך 2

$$\frac{2 \times 2}{2} = 2$$

תשובה

תשובה (2)

שאלה 3 - שטח משולש

השאלה

משולש ABD שווה-שוקיים ($AB = AD$).
 E נמצאת על המשך הצלע BD .
 נתון: $BD = DE$
 הגובה מ- A לבסיס $BE = b$
 מה שטח המשולש ACD ?

פתרון

שלב 1: מציאת אורך BD

מכיוון ש- $BD = DE$ ו- $b = BE$, נקבל:

$$BD = \frac{b}{2}$$

תזכורת: במשולש שווה-שוקיים, הגובה לבסיס גם חוצה את הבסיס.

שלב 2: מציאת אורך CD

מכיוון ש- AC הוא גובה במשולש שווה-שוקיים, הוא חוצה את הבסיס BD :

$$CD = \frac{BD}{2} = \frac{b/2}{2} = \frac{b}{4}$$

שלב 3: חישוב שטח משולש ACD

משולש ACD הוא משולש ישר-זווית ב- C , עם בסיס $CD = \frac{b}{4}$ וגובה $AC = a$:

$$\frac{CD \times AC}{2} = \frac{\frac{b}{4} \times a}{2} = \frac{ab}{8}$$

תשובה

תשובה (1)

שאלה 4 - בעיית קצב

השאלה

נמרוד אופה עוגיות בקצב קבוע של 25 עוגיות בשעה.
הוא התחיל לאפות בשעה 8:00 בבוקר וסיים בשעה 12:00 בצהריים.
בשעה 9:00 בבוקר החל ספי לאכול את העוגיות שאפה נמרוד, בקצב קבוע של 15 עוגיות בשעה.
באיזו שעה ספי ספי לאכול את כל העוגיות שאפה נמרוד?

פתרון - דרך א'

שלב 1: כמה עוגיות אפה נמרוד בסה"כ?

נמרוד אפה במשך 4 שעות (מ-8:00 עד 12:00):

$$\text{עוגיות} = 25 \times 4 = 100$$

שלב 2: כמה זמן לוקח לספי לאכול את כל העוגיות?

ספי אוכל 100 עוגיות בקצב 15 בשעה:

$$\text{שעות} = 6 \text{ שעות ו-} 40 \text{ דקות} = 6\frac{2}{3} = \frac{20}{3} = \frac{100}{15}$$

שעת הסיום: ספי מתחיל ב-9:00, ולכן מסיים ב-15:40 $= 6:40 + 9:00$

דרך ב' - מעקב אחרי כל שלב

שלב 1: כמה עוגיות יש בשעה 9:00?

נמרוד אפה שעה אחת (מ-8:00 עד 9:00):

$$\text{עוגיות} = 25 \times 1 = 25$$

שלב 2: מה קורה בין 9:00 ל-12:00?

בזמן הזה שניהם עובדים במקביל - נמרוד אופה וספי אוכל.

קצב נטו (עוגיות שנוספות בכל שעה):

$$\text{עוגיות בשעה} = 25 - 15 = 10$$

במשך 3 שעות נוספות:

$$\text{עוגיות} = 3 \times 10 = 30$$

סה"כ בשעה 12:00:

$$\text{עוגיות} = 25 + 30 = 55$$

שלב 3: מה קורה אחרי 12:00?

נמרוד מפסיק לאפות, ספי ממשיך לאכול 55 עוגיות בקצב 15 בשעה:

$$\text{שעות} = 3 \text{ שעות ו-} 40 \text{ דקות} = 3\frac{2}{3} = \frac{11}{3} = \frac{55}{15}$$

שעת הסיום: $15:40 = 3:40 + 12:00$

תשובה

תשובה (3)

שאלה 5 - אחוזים

השאלה

ריצפו אולם ששטחו 625 מ"ר.
מחיר ריצוף 40% משטח האולם היה 500 שקלים.

מה מחירו (בשקלים) של ריצוף 1 מ"ר?

פתרון

שלב 1: כמה מ"ר רוצפו?

$$40\% \times 625 = 0.4 \times 625 = 250$$

כלומר, רוצפו 250 מ"ר.

שלב 2: מחיר למ"ר אחד

מכיוון ש- 250 מ"ר עולים 500 ₪:

$$\frac{500}{250} = 2$$

כלומר, מחיר מ"ר אחד הוא 2 ₪.

תשובה (2)

שאלה 6 - חלוקות

השאלה

a ו- b הם מספרים שלמים.
נתון: a^2b^2 מתחלק ב-6.

איזו מהטענות הבאות נכונה?

פתרון

טיפ: בשאלות על התחלקות עדיף להציב דוגמאות מספריות ולפסול תשובות. כדאי לבחור מספרים קטנים ככל הניתן שמקיימים את הנתונים.

שלב 1: מציאת דוגמה מספרית

נציב $a = 2$ ו- $b = 3$ ונבדוק:

$$a^2b^2 = 4 \times 9 = 36$$

36 מתחלק ב-6? כן! ✓

שלב 2: בדיקת התשובות

תשובה (1): ab בהכרח מתחלק ב-12

$$ab = 2 \times 3 = 6$$

6 מתחלק ב-12? לא! → **נפסלת**

תשובה (2): ab בהכרח מתחלק ב-6 אך לא בהכרח מתחלק ב-12

6 מתחלק ב-6? כן! ✓

6 לא מתחלק ב-12? ✓ → **לא נפסלת**

תשובה (3): ab^2 בהכרח מתחלק ב-8

$$ab^2 = 2 \times 9 = 18$$

18 מתחלק ב-8? לא! → **נפסלת**

תשובה (4): ab^2 בהכרח מתחלק ב-4 אך לא בהכרח מתחלק ב-8

$$ab^2 = 2 \times 9 = 18 \quad (3)$$

18 מתחלק ב-4? לא! → **נפסלת**

מסקנה: פסלנו את תשובות (1), (3) ו-(4). לכן תשובה (2) היא התשובה הנכונה.

תשובה (2)

שאלה 7 - בעיה מילולית

השאלה

במשפחת ארזי בנים ובנות.
סכום הגילים (בשנים) של הבנים שווה לסכום הגילים של הבנות.
בעוד שנתיים יהיה סכום הגילים של הבנים גדול ב- 6 מסכום הגילים של הבנות.
מה ההפרש בין מספר הבנים במשפחת ארזי לבין מספר הבנות במשפחה?

פתרון

תובנה מפתח: נתחיל מהבנת השאלה על ידי הצצה בתשובות.

שלב 1: מה היה קורה אם מספר הבנים = מספר הבנות?

אם מספר הבנים היה שווה למספר הבנות, אז בעוד שנתיים:

- כל בן מוסיף 2 שנים לסכום גילי הבנים
- כל בת מוסיפה 2 שנים לסכום גילי הבנות

ואז ההפרש היה נשאר 0!

שלב 2: למה ההפרש יהיה 6?

מכיוון שההפרש יהיה 6 (ולא 0), חייבים להיות יותר בנים מבנות.

כל בן "נוסף" (מעבר למספר הבנות) תורם 2 שנים להפרש.

שלב 3: חישוב ההפרש במספר הילדים

כמה בנים "נוספים" צריך כדי לקבל הפרש של 6 שנים?

$$\frac{6}{2} = 3$$

כלומר, יש 3 בנים יותר מבנות.

תשובה (3)

הסקה מטבלה (שאלות 8-11)

שאלה 8 - הסתברות

השאלה

אחת האשכוליות סומנה מראש במדבקה.
מה ההסתברות שהמכונה זיהתה אותה נכונה?

פתרון

שלב 1: איתור הנתונים הרלוונטיים בטבלה

מכיוון שמדובר באשכולית, נסתכל על שורת "אשכולית":

• סה"כ אשכוליות שהוכנסו: 20

• אשכוליות שזוהו נכון (כאשכולית): 8

שלב 2: חישוב ההסתברות

$$P = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

תשובה (2)



שאלה 9 - הסתברות

השאלה

בהינתן שפרי כלשהו הוא __, ההסתברות שהוא זוהה __ גדולה מההסתברות שזוהה נכונה.

פתרון

תשובה (1): "בהינתן שפרי כלשהו הוא תפוז, ההסתברות שהוא זוהה כלימון גדולה יותר מההסתברות שזוהה נכונה"

נסתכל על שורת תפוז בטבלה. מתוך כל התפוזים שהוכנסו למכונה:
רק 1 זוהה כלימון, לעומת 8 שזוהו כתפוז (נכון).

התשובה נפסלת.

תשובה (2): "בהינתן שפרי כלשהו הוא תפוז, ההסתברות שהוא זוהה כאשכולית גדולה יותר מההסתברות שזוהה נכונה"

נסתכל על שורת תפוז בטבלה. מתוך כל התפוזים שהוכנסו למכונה:
6 זוהה כאשכולית, לעומת 8 שזוהו כתפוז (נכון).

התשובה נפסלת.

תשובה (3): "בהינתן שפרי כלשהו הוא אשכולית, ההסתברות שהוא זוהה כלימון גדולה יותר מההסתברות שזוהה נכונה"

נסתכל על שורת אשכולית בטבלה. מתוך כל האשכוליות שהוכנסו למכונה:
3 זוהו כלימון, לעומת 8 שזוהו כאשכולית (נכון).

התשובה נפסלת.

פסלנו 3 תשובות, ולכן התשובה הנותרת חייבת להיות נכונה. למען שלמות ההסבר נבדוק גם אותה:

תשובה (4): "בהינתן שפרי כלשהו הוא אשכולית, ההסתברות שהוא זוהה כתפוז גדולה יותר מההסתברות שזוהה נכונה"

נסתכל על שורת אשכולית בטבלה. מתוך כל האשכוליות שהוכנסו למכונה:
9 זוהו כתפוז, לעומת 8 שזוהו כאשכולית (נכון).

אכן יותר אשכוליות זוהו כתפוז מאשר כאשכולית. **התשובה נכונה! ✓**

טיפ: פענחו הקשר הלוגי במשפט היה עשוי לסייע ולהפנות ישירות לתשובה (4): מחפשים פרי שזוהה בטעות יותר פעמים ממספר הפעמים שזוהה נכונה. הפרי היחיד שעונה על כך הוא אשכולית.

תשובה (4)

שאלה 10 - הסתברות

השאלה

לחברה יש לקוח שהמכונה דרושה לו אך ורק לשם הפרדת לימונים מפירות אחרים.
יש לו שתי דרישות מהמכונה:
1. שכל לימון יזוהה כלימון
2. ושכל פרי שאינו לימון לא יזוהה כלימון

כמה מהזיהויים שהפיקה המכונה לא עמדו בדרישות הלקוח?

פתרון

שלב 1: זיהויים שהפרו את דרישה 1 (לימון שלא זוהה כלימון)

נסתכל על שורת "לימון" בטבלה:

- זוהו כלימון: 8
- זוהו כתפוז: 1
- זוהו כאשכולית: 0

סה"כ לימונים שלא זוהו נכון: 1

שלב 2: זיהויים שהפרו את דרישה 2 (פרי שאינו לימון זוהה כלימון)

נסתכל על עמודת "זוהו כלימון" עבור פירות שאינם לימון:

- תפוזים שזוהו כלימון: 1
- אשכוליות שזוהו כלימון: 3

סה"כ פירות שאינם לימון שזוהו כלימון: $1 + 3 = 4$

שלב 3: סה"כ זיהויים שלא עמדו בדרישות

$$1 + 4 = 5$$

תשובה (3)



שאלה 11 - הסתברות מותנית

השאלה

אחד הפירות סומן מראש במדבקה. ידוע כי המכונה זיהתה את הפרי כתפוז.
בהינתן מידע זה, מה ההסתברות שהפרי הוא אמנם תפוז?

פתרון

רעיון: זו שאלת הסתברות מותנית. אנחנו יודעים שהפרי זוהה כתפוז, ושואלים מה הסיכוי שהוא באמת תפוז.

שלב 1: כמה פירות זוהו כתפוז בסה"כ?

נסתכל על עמודת "זוהו כתפוז" בטבלה:

- לימונים שזוהו כתפוז: 1
- תפוזים שזוהו כתפוז: 8
- אשכוליות שזוהו כתפוז: 9

סה"כ פירות שזוהו כתפוז: $1 + 8 + 9 = 18$

שלב 2: מתוכם, כמה הם באמת תפוזים?

8 (תפוזים שזוהו כתפוז)

שלב 3: חישוב ההסתברות

$$P = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

תשובה (2)

שאלות ובעיות (שאלות 12-20)

שאלה 12 - השוואת ביטויים

השאלה

נתון: $x < 0$

$$A = x^2 - \frac{1}{2}$$

$$B = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$C = x^3 - \frac{1}{2}$$

איזה מהאי-שוויונות הבאים נכון בהכרח?

פתרון

שיטה: נציב ערך מספרי שלילי פשוט ונשווה.

הצבה: $x = -1$

חישוב A:

$$A = (-1)^2 - \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

חישוב B:

$$B = \left(-1 - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

חישוב C:

$$C = (-1)^3 - \frac{1}{2} = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

השוואה:

$$C = -\frac{3}{2} = -1.5$$

$$A = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$B = \frac{9}{4} = 2.25$$

$$\text{סדר: } C < A < B$$

תשובה (3)

שאלה 13 - מערכת משוואות

השאלה

נתון:

$$x = y + z$$

$$y = x + z$$

$$z = x + y$$

$$y = ?$$

פתרון

טיפ: כאשר יש מספר משוואות ומספר משתנים, נשקול להיפטר מהנעלמים המיותרים (אלו שלא שואלים עליהם והם לא מופיעים בתשובות) באמצעות כך שנבודד את הנעלמים האלו באחת המשוואות, ונחליף את ערכם במשוואה אחרת.

שלב 1: מזהים ממי רוצים להיפטר

שואלים על y , ובתשובות יש מספרים. לכן רוצים להיפטר מ- z .

$$z = x + y \text{ במשוואה האחרונה: } z = x + y$$

שלב 2: נציב את ערכו של z במשוואה הראשונה

$$x = y + z = y + (x + y) = x + 2y$$

נחסר x משני האגפים ונקבל:

$$0 = 2y$$

$$y = 0$$

תשובה (3)



שאלה 14 - גיאומטריה במעגל (דרך א')

השאלה

בסרטוט הנקודות A, B ו-C נמצאות על היקפו של מעגל שמרכזו O.

נתון: $AB = AC$

α = זווית מרכזית (בנקודה O)

β = זווית בקודקוד B

β = ?

פתרון

טיפ: אם הצורה המורכבת המופיעה בשאלה לא עוזרת לפתרון, נשקול לחלק אותה לצורות משנה מוכרות ונוחות יותר באמצעות בניית עזר.

שלב 1: חלוקת המרובע AOBC

נעביר את הרדיוס OA וכך נחלק את המרובע AOBC לשני משולשים: AOB ו-AOC.

שלב 2: משולש AOB

משולש AOB הוא שווה-שוקיים $AO = BO$ (רדיוס).

לכן זוויות הבסיס שוות:

$$\angle BAO = \angle ABO = \beta$$

שלב 3: משולש AOC

משולש AOC גם שווה-שוקיים $AO = CO$ (רדיוס).

מכיון ש- $AB = AC$ גם זוויות הבסיס שוות ל- β :

$$\angle CAO = \beta$$

שלב 4: חישוב הזווית ההיקפית

$$\angle BAC = \beta + \beta = 2\beta$$

שלב 5: קשר בין זווית מרכזית לזווית היקפית

זווית מרכזית גדולה פי 2 מזווית היקפית הנשענת על אותה קשת:

$$\alpha = 2 \times 2\beta = 4\beta$$

נחלק ב-4 את שני האגפים ונקבל:

$$\beta = \frac{\alpha}{4}$$

תשובה (4)

שאלה 14 - גיאומטריה במעגל (דרך ב')

השאלה

בסרטוט הנקודות A, B ו-C נמצאות על היקפו של מעגל שמרכזו O.

נתון: $AB = AC$

α = זווית מרכזית (בנקודה O)

β = זווית בקודקוד B

β = ?

פתרון

רעיון: נעבוד ישירות עם המרובע ABOC ונשתמש בעובדה שסכום הזוויות במרובע הוא 360° .

שלב 1: זיהוי הזוויות במרובע ABOC

$\angle ABO = \beta$ (נתון)

$\angle ACO = \beta$ (משיקולי סימטריה - משולש שווה-שוקיים)

$\angle BAC = \frac{\alpha}{2}$ (זווית היקפית = חצי מהזווית המרכזית)

$\angle BOC = 360^\circ - \alpha$ (זווית הקעורה ב-O, משלימה את α ל- 360°)

שלב 2: סכום זוויות במרובע $= 360^\circ$

$$\beta + \beta + \frac{\alpha}{2} + (360^\circ - \alpha) = 360^\circ$$

$$2\beta + \frac{\alpha}{2} - \alpha = 0$$

$$2\beta = \frac{\alpha}{2}$$

$$\beta = \frac{\alpha}{4}$$

תשובה (4)

שאלה 15 - תורת המספרים

השאלה

a, b, c, d הם מספרים שלמים, גדולים מ-1 ושונים זה מזה.

$$a \cdot b = x$$

$$c \cdot d \cdot e = x$$

איזה מהמספרים הבאים יכול להיות x ?

פתרון

אסטרטגיה: מכיוון ש- x יכול להיות הרבה מספרים, יהיה קל יותר לבדוק תשובות. בכל תשובה נתחיל מהמשוואה השנייה ($c \cdot d \cdot e = x$) כי היא יותר מגבילה (3 גורמים שונים), ואז נחפש זוג a, b שלא חופף ל- c, d, e .

תשובה (1): 40

נמצא מכפלה של 3 מספרים שונים: $40 = 2 \times 4 \times 5$

כעת נחפש זוג מספרים שונים מ-2, 4, 5 שמכפלתם 40.

$$2 \times 20, 4 \times 10, 5 \times 8$$

כל האפשרויות מכילות את 2, 4 או 5. לא הצלחנו $\rightarrow$ נפסלת

תשובה (2): 42

נמצא מכפלה של 3 מספרים שונים: $42 = 2 \times 21 = 2 \times 3 \times 7$

כעת נחפש זוג מספרים שונים מ-2, 3, 7 שמכפלתם 42.

$$2 \times 21, 3 \times 14, 6 \times 7$$

כל האפשרויות מכילות את 2, 3 או 7. לא הצלחנו $\rightarrow$ נפסלת

תשובה (3): 60

נמצא מכפלה של 3 מספרים שונים: $60 = 2 \times 30 = 2 \times 3 \times 10$

כעת נחפש זוג מספרים שונים מ-2, 3, 10 שמכפלתם 60.

$$5 \times 12 = 60$$

מכיוון ש- 5 ו- 12 שונים מ-2, 3 ו-10 $\rightarrow$ מתאים!

מצאנו מספרים שמקיימים את כל הנתונים, ולכן זו התשובה הנכונה. אין צורך להמשיך ולבדוק את התשובה הנותרת.

תשובה (3)

שאלה 16 - מקבילית

השאלה

ההיקף של מקבילית כלשהי הוא P , וסכום אורכי האלכסונים שלה הוא L .

איזו מהאפשרויות הבאות נכונה בהכרח?

פתרון

שלב 1: הגדרות

נסמן את צלעות המקבילית a ו- b , ואת האלכסונים d_1 ו- d_2 .

• היקף: $P = 2(a + b)$

• סכום אלכסונים: $L = d_1 + d_2$

רעיון מפתח: אי-שוויון המשולש - סכום שתי צלעות תמיד גדול מהצלע השלישית.

שלב 2: הפעלת אי-שוויון המשולש

במשולש ABC (חלק מהמקבילית ABCD), הצלעות הן a ו- b , והאלכסון d_1 הוא הצלע השלישית:

$$d_1 < a + b$$

באותו אופן, עבור האלכסון השני:

$$d_2 < a + b$$

שלב 3: חיבור האי-שוויונות

$$d_1 + d_2 < (a + b) + (a + b)$$

$$L < 2(a + b)$$

$$L < P$$

תשובה (1)

שאלה 17 - ממוצעים

השאלה

בשבוע כלשהו התעורר איתמר התינוק 3 פעמים בלילה בממוצע.
בלילה הראשון באותו שבוע הוא התעורר 5 פעמים, בלילה השני 4 פעמים, ובלילה השלישי x פעמים.
כמה פעמים **לכל היותר** התעורר איתמר בלילה השביעי?

פתרון

נוסחת הסכום: ממוצע $\times$ מספר פריטים = סכום

שלב 1: חישוב הסכום הכולל

סכום = ממוצע $\times$ מספר לילות

$$3 \times 7 = 21$$

כלומר, סך כל ההתעוררויות בשבוע הוא 21.

שלב 2: חישוב סכום הלילות הידועים (1-3)

$$5 + 4 + x = 9 + x$$

שלב 3: כמה נשאר ללילות 4-7?

$$21 - (9 + x) = 12 - x$$

שלב 4: מקסום הלילה השביעי

כדי שהלילה השביעי יהיה **מקסימלי**, צריך שלילות 4, 5, 6 יהיו **מינימליים** (כלומר 0).

$$12 - x - 0 - 0 - 0 = 12 - x$$

תשובה (4)

שאלה 18 - סדרות

השאלה

במהלך כל חודש מספר הדגים באקווריום מוכפל פי n .
בסוף החודש הראשון היו באקווריום n דגים.
בסוף החודש ה- n היה מספר הדגים באקווריום מספר דו-ספרתי.

$$n = ?$$

פתרון

שלב 1: מציאת דפוס

- סוף חודש 1: n דגים
- סוף חודש 2: $n \times n = n^2$ דגים
- סוף חודש 3: $n^2 \times n = n^3$ דגים
- סוף חודש n : n^n דגים

תנאי: צריך ש- n^n יהיה מספר דו-ספרתי (בין 10 ל- 99).

שלב 2: בדיקת תשובות

- תשובה (1):** $1^1 = 1$ (חד-ספרתי) → **נפסלת**
- תשובה (2):** $2^2 = 4$ (חד-ספרתי) → **נפסלת**
- תשובה (3):** $3^3 = 27$ (דו-ספרתי!) ✓ → **מתאים!**
- תשובה (4):** $4^4 = 256$ (תלת-ספרתי) → **נפסלת**

תשובה (3)



שאלה 19 - גיאומטריה

השאלה

אורלי סימנה נקודות על דף. המרחק בין כל נקודה לכל נקודה אחרת שסימנה הוא 6 ס"מ.

כמה נקודות, לכל היותר, סימנה אורלי על הדף?

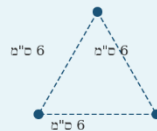
פתרון

אסטרטגיה: בתשובות יש מספרים קטנים יחסית (עד 6). לפיכך, יהיה נוח לעבוד עם המספרים המופיעים בתשובות ולבדוק האם ניתן לסרטט על דף את מספר הנקודות המופיע בתשובה, כך שהמרחק בין כל שתי נקודות יהיה 6 ס"מ. נתחיל מהתשובה הקטנה ביותר:

תשובה (3): 3 נקודות

נבדוק האם אורלי יכולה לסרטט 3 נקודות על הדף כך שהמרחק בין כל נקודה לכל נקודה אחרת הוא 6 ס"מ.

מצב זה אפשרי, אם אורלי מסרטטת את 3 הנקודות כ-3 קודקודים של משולש שווה-צלעות שאורך צלעותיו הוא 6 ס"מ:

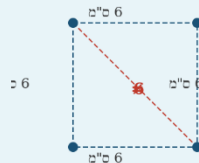


תשובה (4): 4 נקודות

כעת נעבור לתשובה הבאה הקטנה ביותר:

נבדוק האם אורלי יכולה לסרטט 4 נקודות על הדף כך שהמרחק בין כל נקודה לכל נקודה אחרת הוא 6 ס"מ.

מצב זה אינו אפשרי. גם אם אורלי תסרטט את הנקודות כקודקודי ריבוע שאורך צלעותיו הוא 6 ס"מ, המרחק בין הקודקודים שאינם סמוכים זה לזה יהיה שונה מ-6 ס"מ:



מסקנה: מכיוון שכבר ב- 4 נקודות לא ניתן ליצור מצב בו המרחק בין כל 2 נקודות הוא 6 ס"מ, בוודאי שבמספרים גדולים יותר הדבר לא יתאפשר. לכן 3 זה מספר הנקודות הרב ביותר שאורלי יכולה לסרטט.

תשובה (3)

שאלה 20 - אלגברה

השאלה

x ו- y הם מספרים חיוביים.

$$\frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} = 1$$

$$y = ?$$

פתרון

שלב 1: נכפיל את שני האגפים במכנה המשותף $(x+1)(y+1)$

$$x(y+1) + y(x+1) = (x+1)(y+1)$$

שלב 2: נפתח סוגריים

$$xy + x + xy + y = xy + x + y + 1$$

שלב 3: נצמצם איברים דומים

$$2xy + x + y = xy + x + y + 1$$

נחסר $x + y$ משני האגפים:

$$2xy + \cancel{x} + \cancel{y} = xy + \cancel{x} + \cancel{y} + 1$$

$$2xy = xy + 1$$

נחסר xy משני האגפים:

$$xy = 1$$

$$y = \frac{1}{x}$$

תשובה (4)

